Handling Signal Data with Fourier Transform

DMQA Open Seminar

Changhyun Kim

Department of Industrial and Management Engineering

Korea University

June 10, 2022

Data Mining
Quality Analytics

발표자

❖ 김창현 (Changhyun Kim)

- 고려대학교 산업경영공학과 석사과정 (2021.09 ~)

  Data Mining & Quality Analytics Lab (김성범 교수님)

❖ Research Interest

- Machine Learning / Deep Learning Algorithms
- Learning with Label Noise

❖ Contact

- E-mail: charlie17@korea.ac.kr

목차 (Table of Contents)

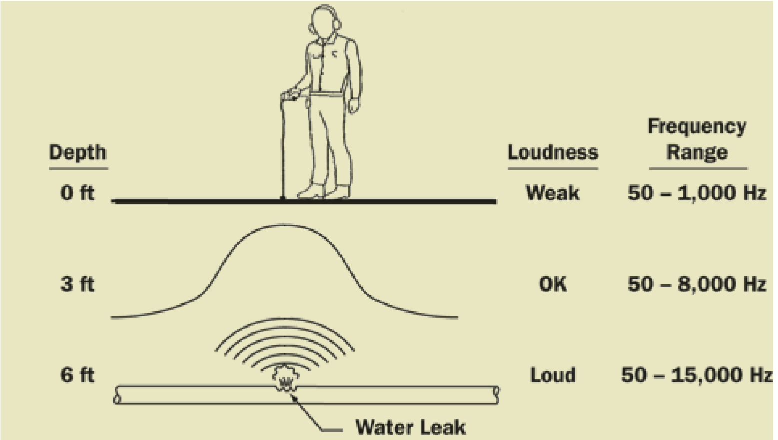
신호 (Signal)

❖ 신호의 정의

- 신호: 시공간에서의 어떤 변화를 나타내는 물리량
- 어떤 현상의 행위나 속성에 대한 정보를 전달하는 하나의 기능
- 통신, 소리, 이미지, 영상처리, 의료 등 다양한 분야에서 활용

〈통신〉

〈소리〉



〈이미지〉

Data Mining Quality Analytics

신호 (Signal)

❖ 정현파 (sinusoidal) 신호

- 신호처리에서 사용되는 기본적인 신호는 정현파 (sinusoidal signal) 신호임
- 이 신호는 복소지수함수 (complex exponential function) 로 표현이 가능함

정현파 (正弦波) 는 활의 모양을 빗대어 부른 말로 사인파 (sine wave) 를 의미

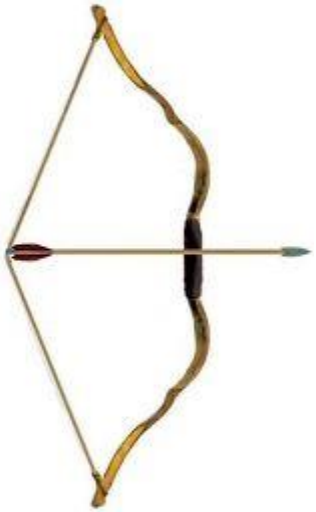
사인파 (sine wave) 는 코사인파 (cosine wave) 의 평행이동

정현파 = 사인파 (sine wave) + 코사인파 (cosine wave)

신호 (Signal)

❖ 정현파 (sinusoidal) 신호

- 신호처리에서 사용되는 기본적인 신호는 정현파 (sinusoidal signal) 신호임
- 이 신호는 복소지수함수 (complex exponential function) 로 표현이 가능함 → To be announced…



정현파 (正弦波) 는 활의 모양을 빗대어 부른 말로 사인파 (sine wave) 를 의미

사인파 (sine wave) 는 코사인파 (cosine wave) 의 평행이동

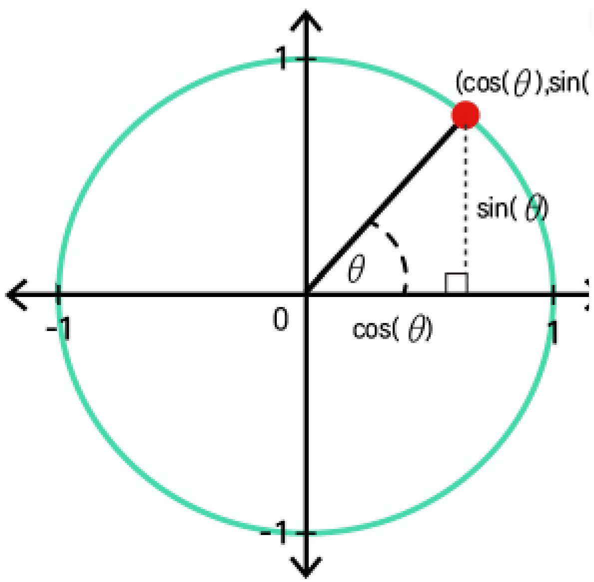
정현파 = 사인파 (sine wave) + 코사인파 (cosine wave)

신호 (Signal)

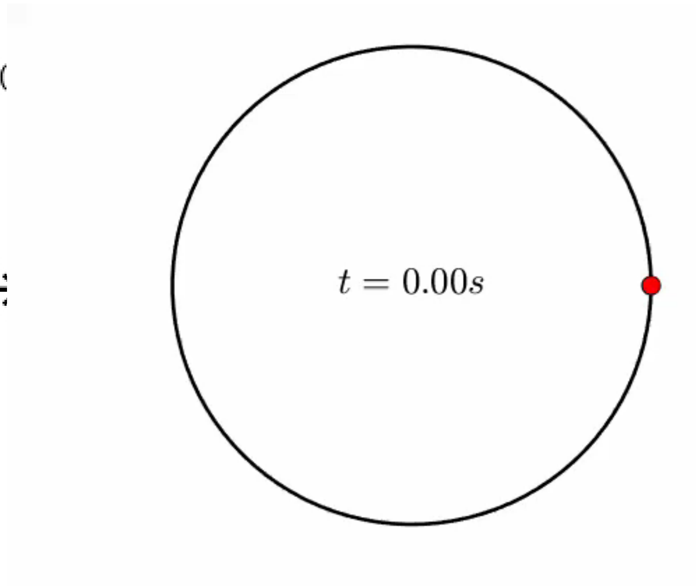
❖ 정현파 (sinusoidal) 신호

- 정현파 신호는 원 위의 회전과 관련된 것으로 해석할 수 있음
- 결국 원 위의 점의 회전을 시간에 따라 기술한 것이 정현파 신호임

〈삼각함수〉



〈4초 주기로 회전하는 원 위의 점〉



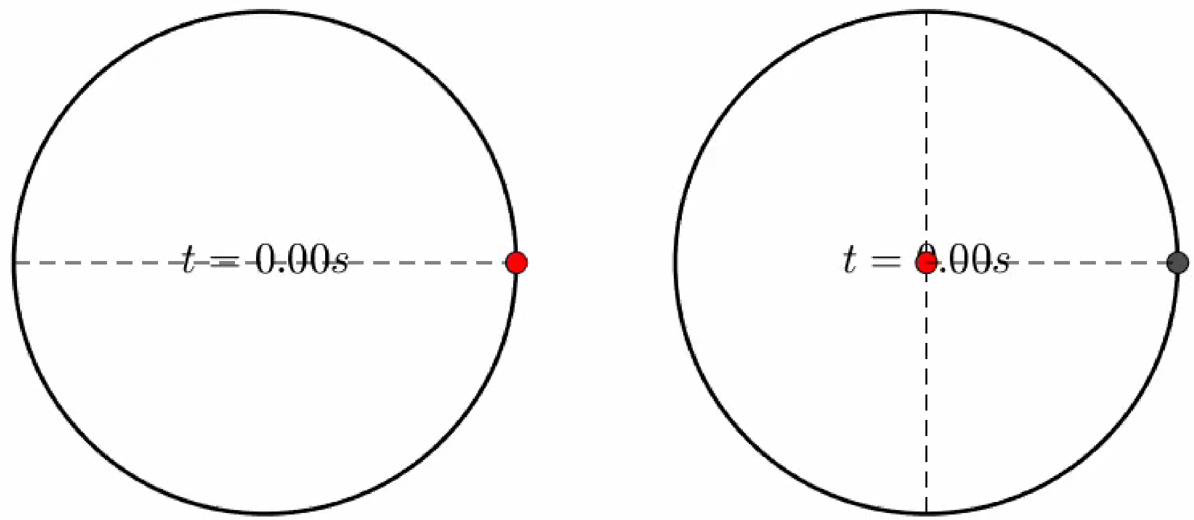
https://news.samsungdisplay.com/24578

신호 (Signal)

❖ 정현파 (sinusoidal) 신호

- 원은 2차원 평면 위에 존재 (x축, y축)
- 점의 시간에 따른 회전까지 표현하기 위해서는 x축과, y축 위의 변화를 각각 다른 그래프로 표현해야 함

〈x축 위의 변화〉 〈y축 위의 변화〉

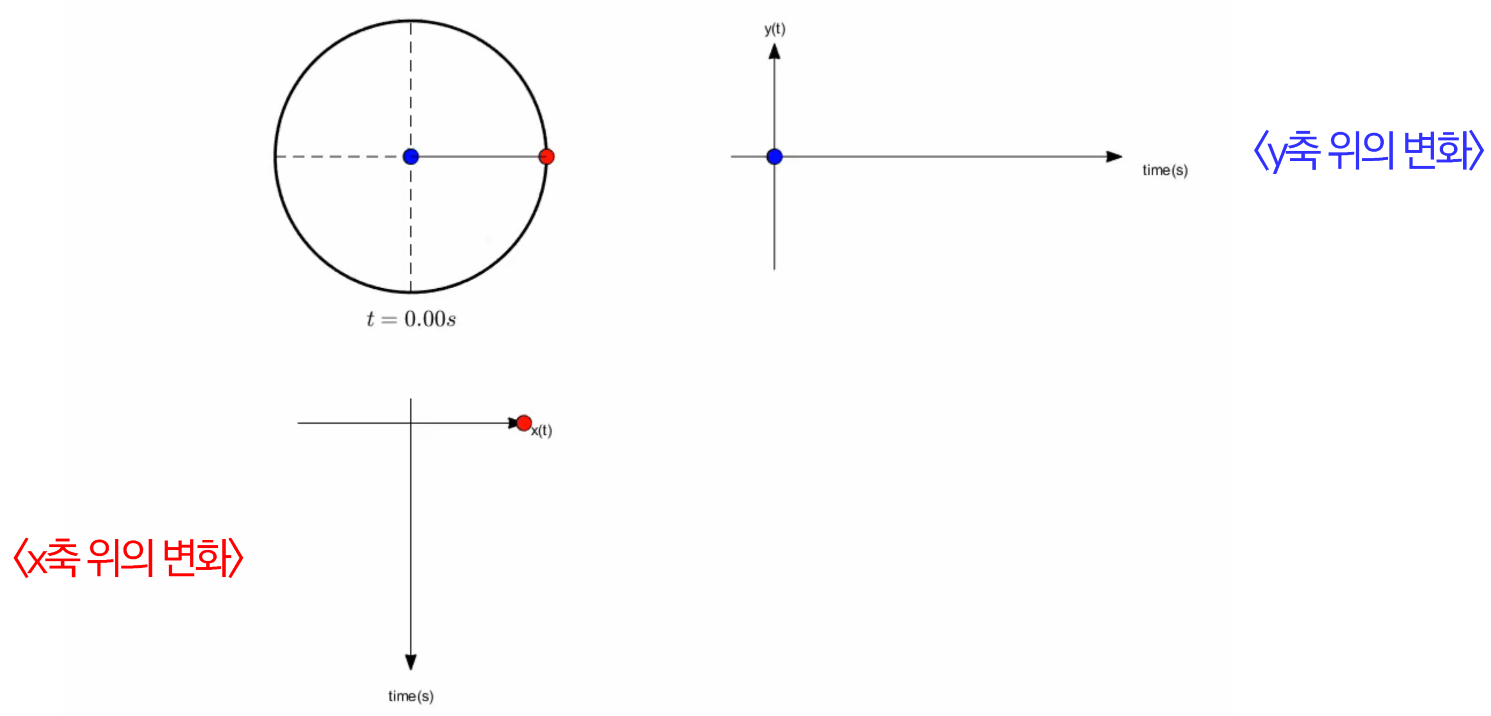


https://angeloyeo.github.io/2022/01/04/sinusoids.html

신호 (Signal)

❖ 정현파 (sinusoidal) 신호

- 원은 2차원 평면 위에 존재 (x축, y축)
- 점의 시간에 따른 회전까지 표현하기 위해서는 x축과, y축 위의 변화를 각각 다른 그래프로 표현해야 함

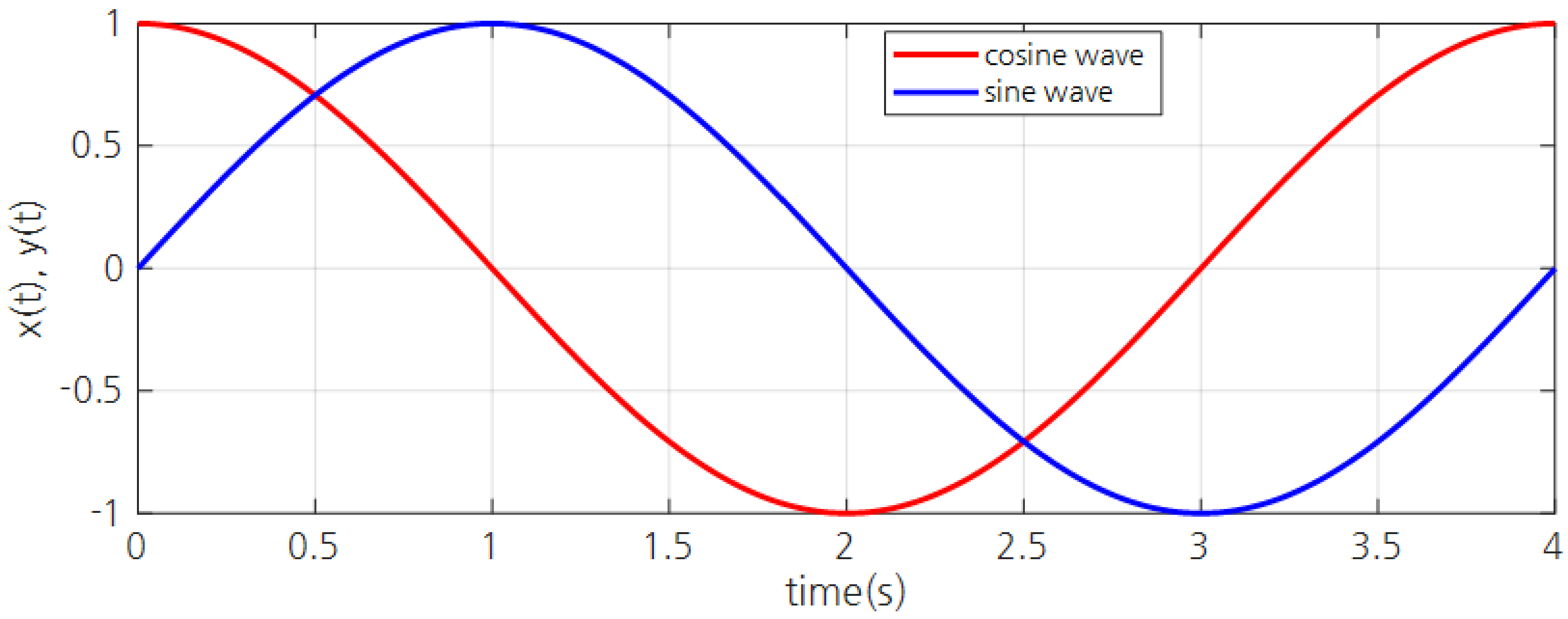


https://angeloyeo.github.io/2022/01/04/sinusoids.html

신호 (Signal)

❖ 정현파 (sinusoidal) 신호

- 코사인파 (cosine wave) = 시간에 따른 x 좌표의 위치 변화
- 사인파 (sine wave) = 시간에 따른 y 좌표의 위치 변화



https://angeloyeo.github.io/2022/01/04/sinusoids.html

신호 (Signal)

❖ 정현파 (sinusoidal) 신호

- 원 위의 점의 회전을 시간(t)에 따라 표현
- 정현파는 3가지 특성으로 구성되어 있음

$$x(t) = A\cos(2\pi f_0 t + \emptyset) = A\cos(w_0 t + \emptyset)$$

1. 진폭 (amplitude)	2. 주파수 (frequency)	3. 위상 (phase)
원의 반지름	원 위의 점의 회전 속도	회전이 시작하는 곳의 위치

신호 (Signal)

❖ 정현파 (sinusoidal) 신호

- 원 위의 점의 회전을 시간(t)에 따라 표현
- 정현파는 3가지 특성으로 구성되어 있음

$$\mathrm{x(t)} = A\cos(2\pi f_0 t + \emptyset) = A\cos(w_0 t + \emptyset)$$

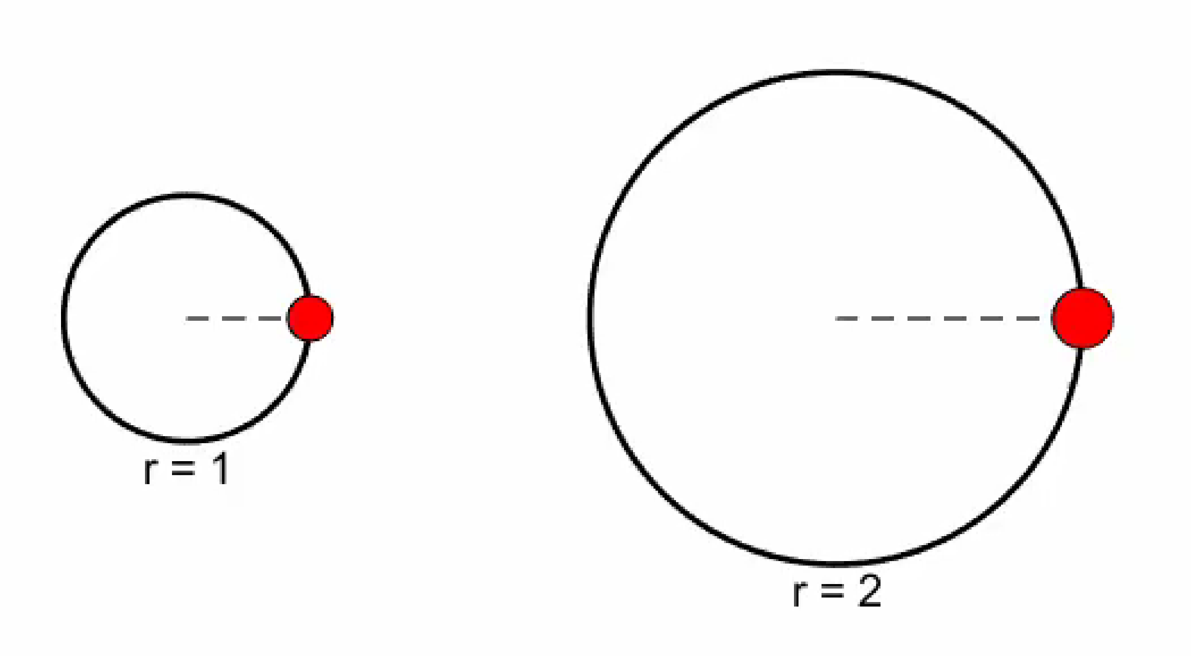
1. 진폭 (amplitude)	2. 주파수 (frequency)	3. 위상 (phase)
원의 반지름	원 위의 점의 회전 속도	회전이 시작하는 곳의 위치

신호 (Signal)

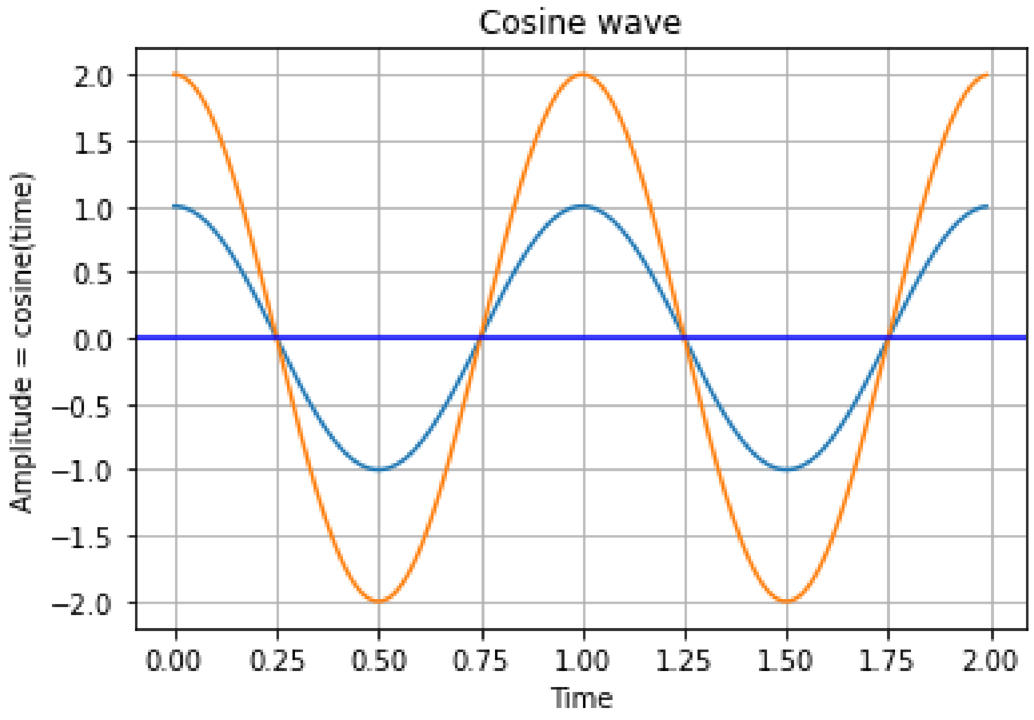
$$x(t) = A\cos(2\pi f_0 t + \emptyset) = A\cos(w_0 t + \emptyset)$$

❖ 정현파 (sinusoidal) 신호

- 진폭은 회전하는 원의 반지름의 길이와 같음
- 그래프에서는 파형의 위아래에 대한 최고점 혹은 최저점



$cos(2\pi t)$ $2cos(2\pi t)$



https://angeloyeo.github.io/2022/01/04/sinusoids.html

신호 (Signal)

❖ 정현파 (sinusoidal) 신호

- 원 위의 점의 회전을 시간(t)에 따라 표현
- 정현파는 3가지 특성으로 구성되어 있음

$$x(t) = A\cos(2\pi f_0 t + \emptyset) = A\cos(w_0 t + \emptyset)$$

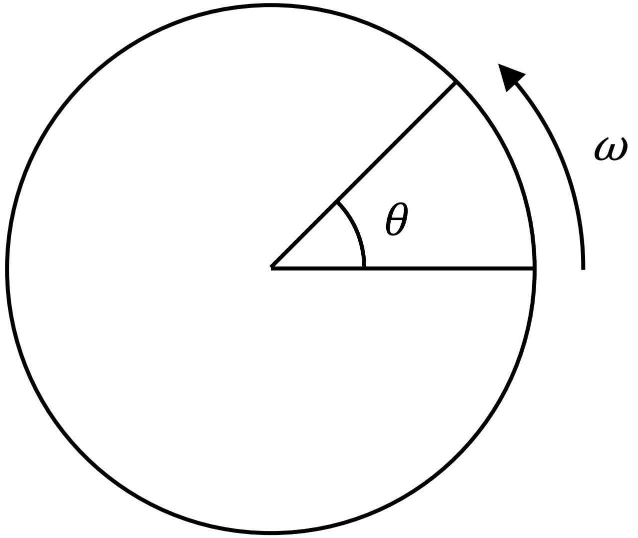
1. 진폭 (amplitude)	2. 주파수 (frequency)	3. 위상 (phase)
원의 반지름	원 위의 점의 회전 속도	회전이 시작하는 곳의 위치

신호 (Signal)

$$x(t) = A\cos(2\pi f_0 t + \emptyset) = A\cos(w_0 t + \emptyset)$$

❖ 정현파 (sinusoidal) 신호

- 주파수는 얼마나 빨리 회전하는지에 관한 것
- 주파수는 주기의 역수로 1초에 원을 몇 번 회전하는지를 나타내는 것
- 각속도 ω와 radian에 대한 이해가 필요



$$\theta = \omega t$$

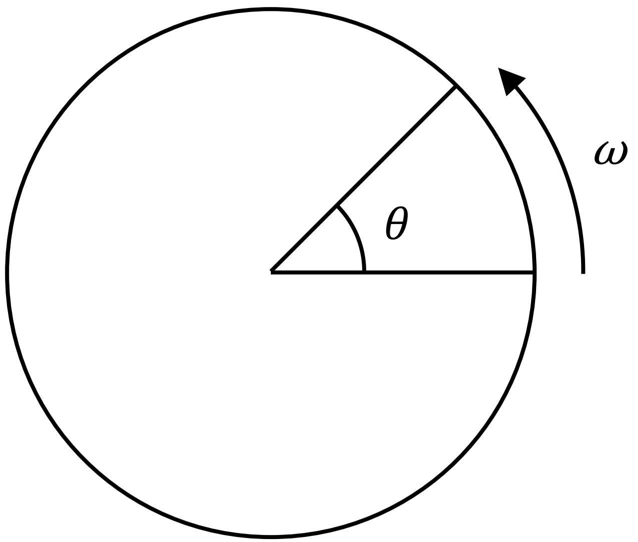
(각도 = 각속도 X 회전시간)

신호 (Signal)

$$x(t) = A\cos(2\pi f_0 t + \emptyset) = A\cos(w_0 t + \emptyset)$$

❖ 정현파 (sinusoidal) 신호

- 주파수는 얼마나 빨리 회전하는지에 관한 것
- 주파수는 주기의 역수로 1초에 원을 몇 번 회전하는지를 나타내는 것
- 각속도 ω와 radian에 대한 이해가 필요



$$\theta = \omega t$$

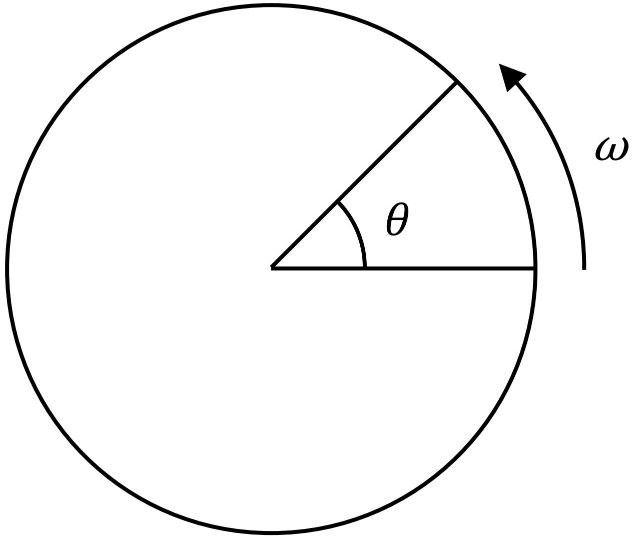
(각도 = 각속도 X 회전시간)

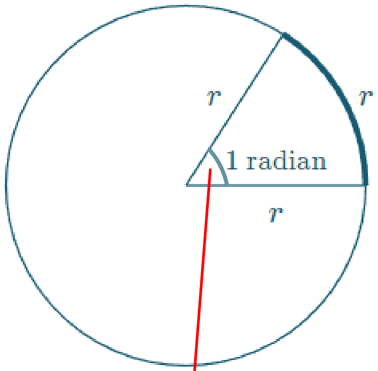
신호 (Signal)

$$x(t) = A\cos(2\pi f_0 t + \emptyset) = A\cos(w_0 t + \emptyset)$$

❖ 정현파 (sinusoidal) 신호

- 주파수는 얼마나 빨리 회전하는지에 관한 것
- 주파수는 주기의 역수로 1초에 원을 몇 번 회전하는지를 나타내는 것
- 각속도 ω와 radian에 대한 이해가 필요





$$\theta = \omega t$$

(각도 = 각속도 X 회전시간)

$$\omega = radian/sec$$

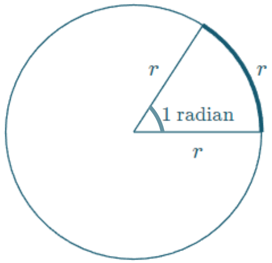
Radian = 원의 반지름 r 과 같은 크기의 호가 만들어지는 각도
(1 radian은 대략 57.2858도)

신호 (Signal)

$$x(t) = A\cos(2\pi f_0 t + \emptyset) = A\cos(w_0 t + \emptyset)$$

❖ 정현파 (sinusoidal) 신호

- 주파수는 얼마나 빨리 회전하는지에 관한 것
- 주파수는 주기의 역수로 1초에 원을 몇 번 회전하는지를 나타내는 것



$$\theta = \omega t$$

(각도 = 각속도 X 회전시간)

$$\omega = radian/sec$$

Radian = 원의 반지름 r과 같은 크기의 호가 만들어지는 각도
(1radian은 대략 57.2858도)

예) Frequency =1이면 1초에 1바퀴를 회전

1초에 2π radian만큼 회전 ←

*1초당 360° 회전
(2 * 3.14 * 57.28 = 359.71≈360)

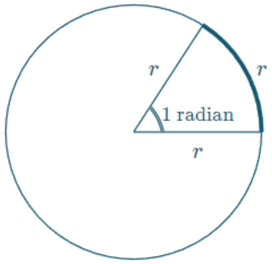
Frequency = 1 이면 각속도 ω = 2π radian/sec

신호 (Signal)

$$x(t) = A\cos(2\pi f_0 t + \emptyset) = A\cos(w_0 t + \emptyset)$$

❖ 정현파 (sinusoidal) 신호

- 주파수는 얼마나 빨리 회전하는지에 관한 것
- 주파수는 주기의 역수로 1초에 원을 몇 번 회전하는지를 나타내는 것



$\theta = \omega t$

(각도 = 각속도 X 회전시간)

$\omega = radian/sec$

Radian = 원의 반지름 r과 같은 크기의 호가 만들어지는 각도
(1radian은 대략 57.2858도)

예) Frequency =1이면 1초에 1바퀴를 회전

1초에 2π radian만큼 회전

*1초당 360° 회전
(2 * 3.14 * 57.28 = 359.71≈360)

Frequency = 1 이면 각속도 ω = 2π radian/sec

$\boxed{\omega=2\pi f}$ 라는 식이 성립

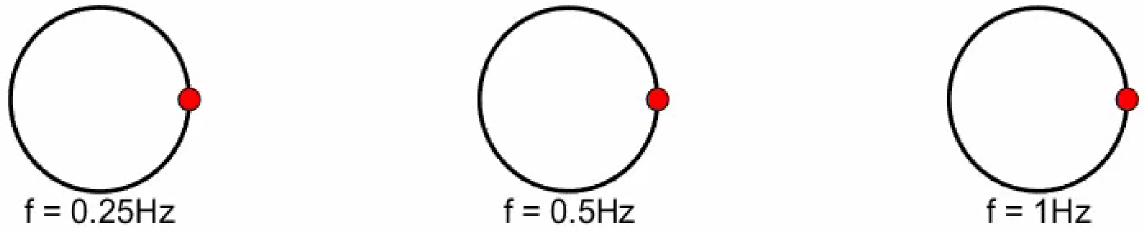
Data Mining
Quality Analytics

신호 (Signal)

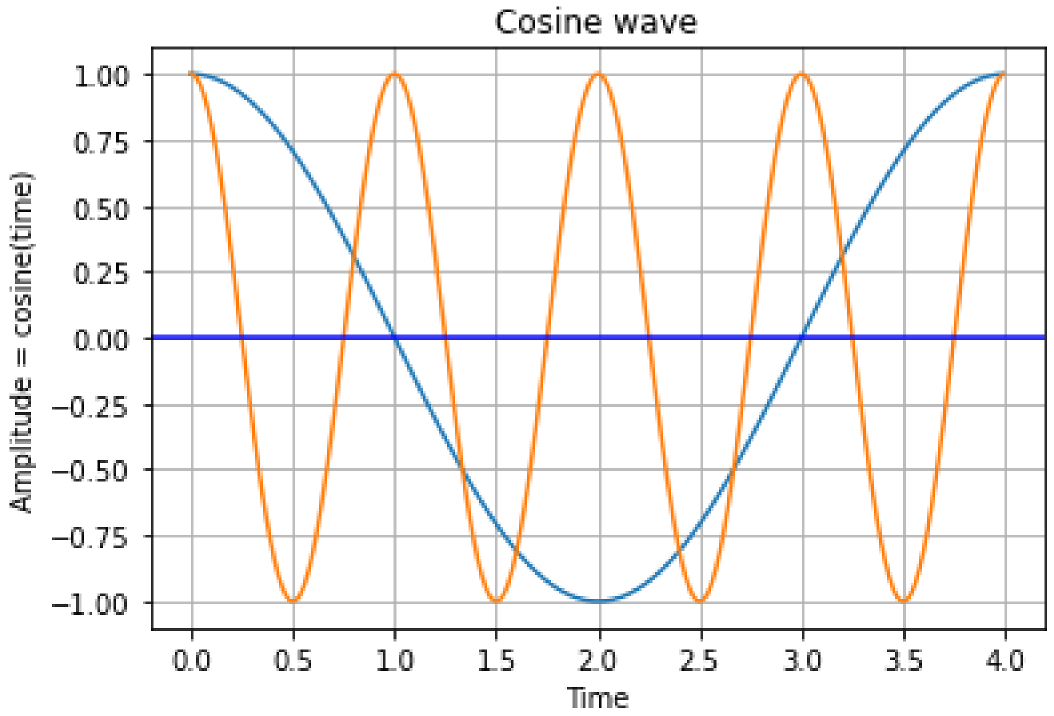
$$x(t) = A\cos(2\pi f_0 t + \emptyset) = A\cos(w_0 t + \emptyset)$$

❖ 정현파 (sinusoidal) 신호

- 주파수는 얼마나 빨리 회전하는지에 관한 것
- 주파수는 주기의 역수로 1초에 원을 몇 번 회전하는지를 나타내는 것



$cos(0.25 * 2\pi t)$ $cos(1 * 2\pi t)$



https://angeloyeo.github.io/2022/01/04/sinusoids.html

신호 (Signal)

❖ 정현파 (sinusoidal) 신호

- 원 위의 점의 회전을 시간(t)에 따라 표현
- 정현파는 3가지 특성으로 구성되어 있음

$$x(t) = A\cos(2\pi f_0 t + \emptyset) = A\cos(w_0 t + \emptyset)$$

1. 진폭 (amplitude)	2. 주파수 (frequency)	3. 위상 (phase)
원의 반지름	원 위의 점의 회전 속도	회전이 시작하는 곳의 위치

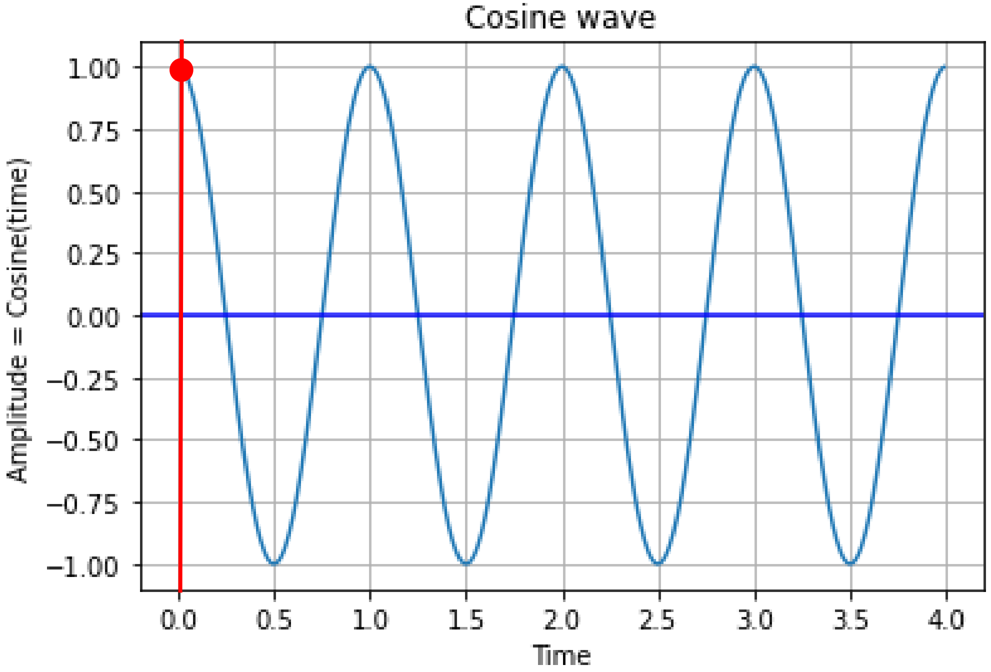
신호 (Signal)

$$x(t) = A\cos(2\pi f_0 t + \emptyset) = A\cos(w_0 t + \emptyset)$$

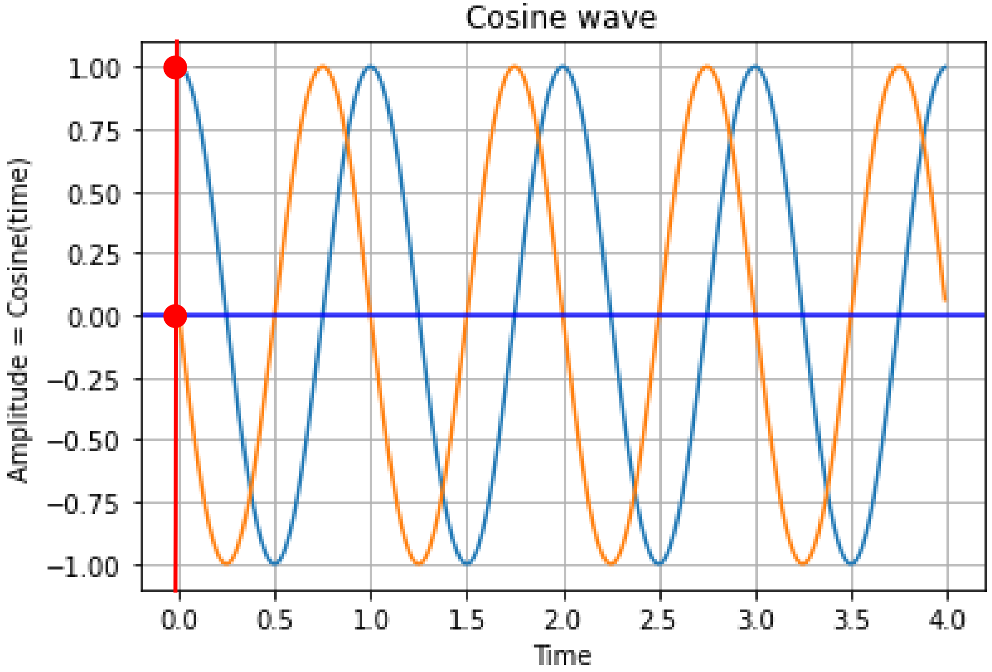
❖ 정현파 (sinusoidal) 신호

- 위상은 원의 어디서부터 출발할 것인지 나타내는 것
- ∅로 시작하는 위치를 표시한 것

$$\cos(2\pi t)$$



$$\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$



신호 (Signal)

$$x(t) = A\cos(2\pi f_0 t + \emptyset) = A\cos(w_0 t + \emptyset)$$

❖ 정현파 신호의 복소지수 표현

신호 (Signal)

❖ 정현파 (sinusoidal) 신호

- 신호처리에서 사용되는 기본적인 신호는 정현파 (sinusoidal signal) 신호임
- 이 신호는 복소지수함수 (complex exponential function) 로 표현이 가능함 ⟶ To be announced…

정현파 (正弦波) 는 활의 모양을 빗대어 부른 말로 사인파 (sine wave) 를 의미

사인파 (sine wave) 는 코사인파 (cosine wave) 의 평행이동

정현파 = 사인파 (sine wave) + 코사인파 (cosine wave)

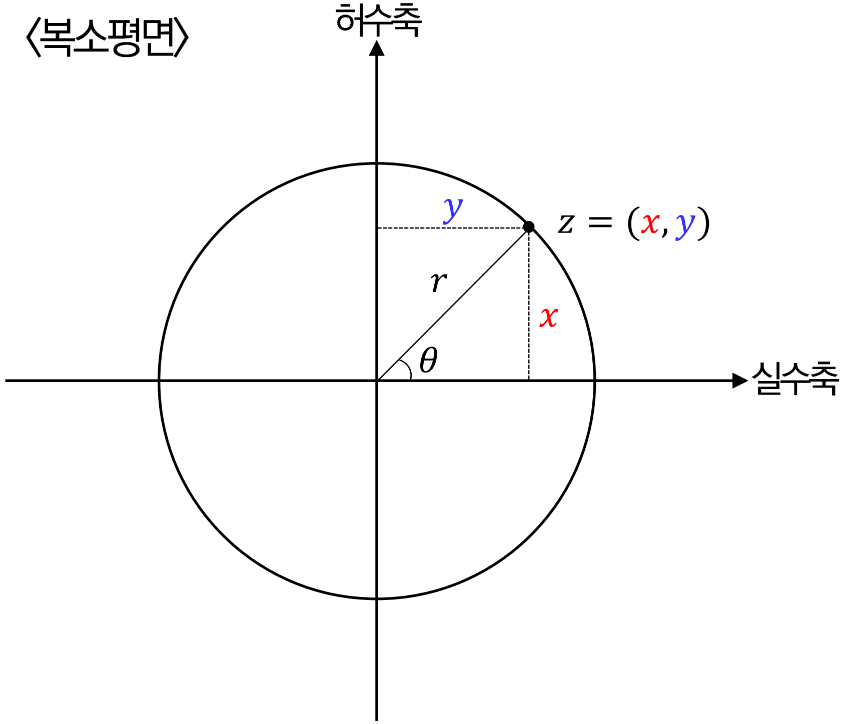
신호 (Signal)

$$x(t) = A\cos(2\pi f_0 t + \emptyset) = A\cos(w_0 t + \emptyset)$$

❖ 정현파 신호의 복소지수 표현

- 복소지수 (complex exponential)는 지수가 복소수일 때의 수를 말함
- 복소지수함수는 오일러 공식 (Euler's formula)을 활용하면 사인함수와 코사인함수로 표현할 수 있음
- 복소지수 형태의 신호 표현은 신호의 주파수 분석에 매우 유용!

〈복소평면〉



복소수 = 실수 + j (허수)

$$z = x + jy$$

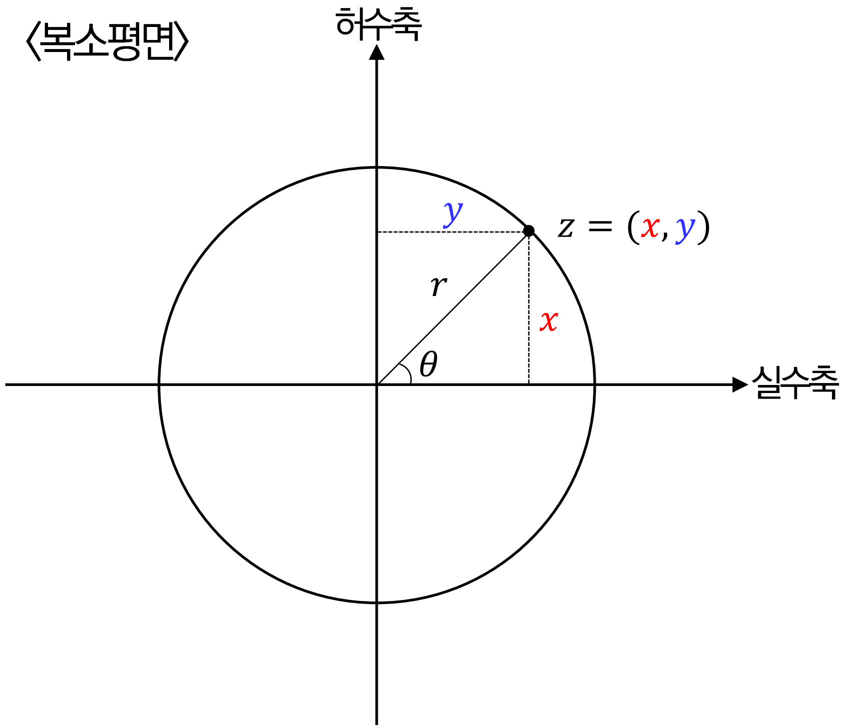
신호 (Signal)

$$x(t) = A\cos(2\pi f_0 t + \emptyset) = A\cos(w_0 t + \emptyset)$$

❖ 정현파 신호의 복소지수 표현

- 복소지수 (complex exponential) 는 지수가 복소수일 때의 수를 말함
- 복소지수함수는 오일러 공식 (Euler's formula) 을 활용하면 사인함수와 코사인함수로 표현할 수 있음
- 복소지수 형태의 신호 표현은 신호의 주파수 분석에 매우 유용!

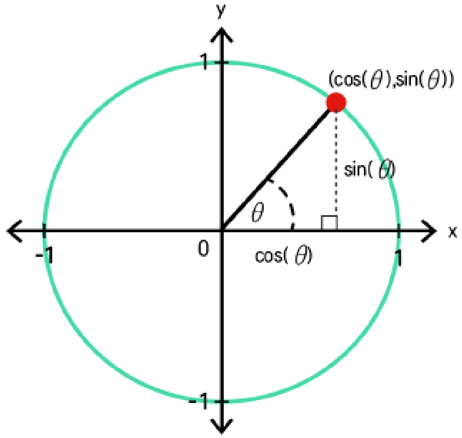
〈복소평면〉



복소수 = 실수 + j (허수)

$$z = x + jy$$

$$x = r\cos(\theta)$$
$$y = r\sin(\theta)$$



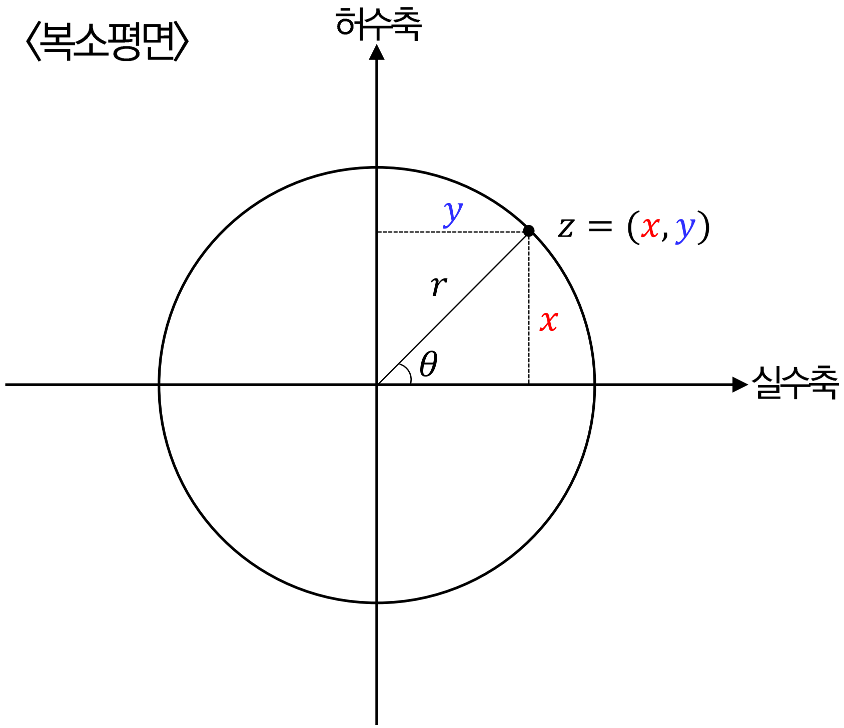
신호 (Signal)

$$x(t) = A\cos(2\pi f_0 t + \emptyset) = A\cos(w_0 t + \emptyset)$$

❖ 정현파 신호의 복소지수 표현

- 복소지수 (complex exponential) 는 지수가 복소수일 때의 수를 말함
- 복소지수함수는 오일러 공식 (Euler's formula) 을 활용하면 사인함수와 코사인함수로 표현할 수 있음
- 복소지수 형태의 신호 표현은 신호의 주파수 분석에 매우 유용!

〈복소평면〉



복소수 = 실수 + j (허수)

$$z = x + jy$$

$$x = r\cos(\theta)$$
$$y = r\sin(\theta)$$

$$z = r\cos(\theta) + jr\sin(\theta)$$
$$z = r(\cos(\theta) + j\sin(\theta))$$

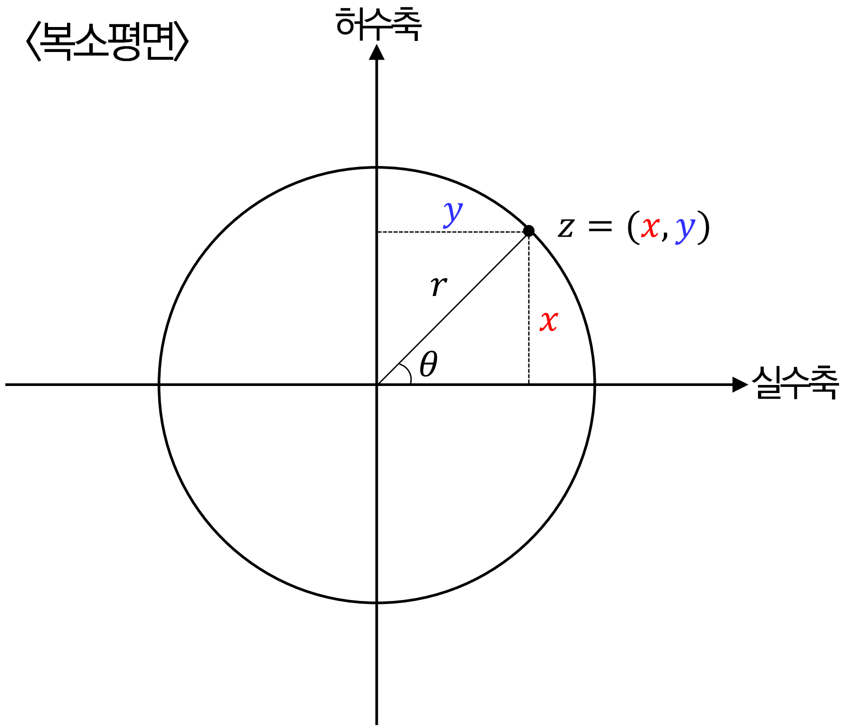
신호 (Signal)

$$x(t) = A\cos(2\pi f_0 t + \emptyset) = A\cos(w_0 t + \emptyset)$$

❖ 정현파 신호의 복소지수 표현

- 복소지수 (complex exponential) 는 지수가 복소수일 때의 수를 말함
- 복소지수함수는 오일러 공식 (Euler's formula) 을 활용하면 사인함수와 코사인함수로 표현할 수 있음
- 복소지수 형태의 신호 표현은 신호의 주파수 분석에 매우 유용!

〈복소평면〉



복소수 = 실수 + j (허수)

$$z = x + jy$$

$$\downarrow$$

$$\mathrm{x} = r\cos(\theta)$$
$$y = r\sin(\theta)$$

$$z = r\cos(\theta) + \mathrm{j}r\sin(\theta)$$
$$z = r(\cos(\theta) + j\sin(\theta))$$

$$\downarrow$$

오일러 공식

$$e^{j\theta} = \cos(\theta) + j\sin(\theta)$$

$$z = re^{j\theta}$$

신호 (Signal)

$$x(t) = A\cos(2\pi f_0 t + \emptyset) = A\cos(w_0 t + \emptyset)$$

❖ 정현파 신호의 복소지수 표현

- 복소지수 (complex exponential) 는 지수가 복소수일 때의 수를 말함
- 복소지수함수는 오일러 공식 (Euler's formula) 을 활용하면 사인함수와 코사인함수로 표현할 수 있음
- 복소지수 형태의 신호 표현은 신호의 주파수 분석에 매우 유용!

$\theta = \omega t$

(각도 = 각속도 X 회전시간)

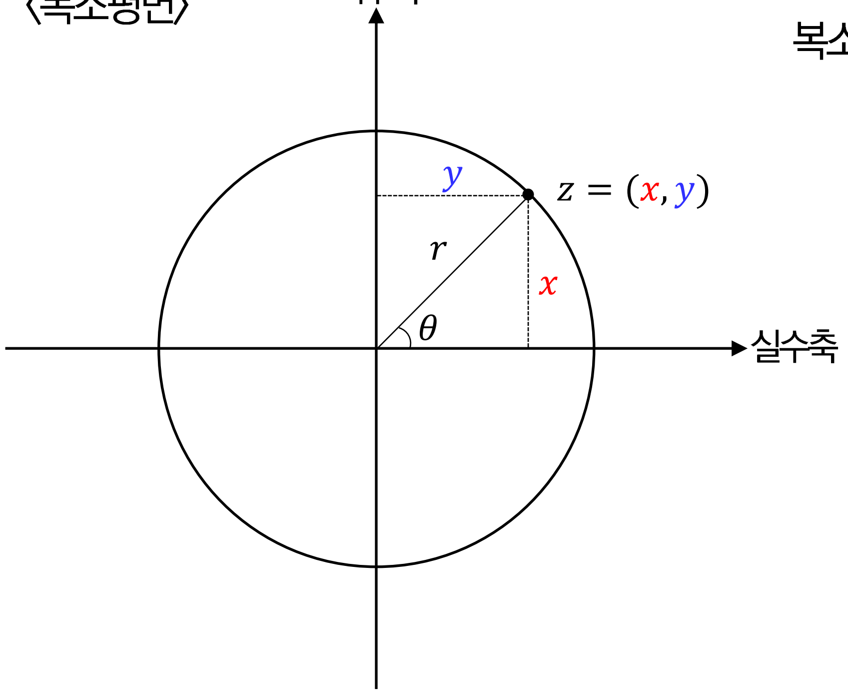
$\omega = radian/sec$

Radian = 원의 반지름 r과 같은 크기의 호가 만들어지는 각도

(1radian은 대략 57.2858도)

*위상(Ø)은 주기에 영향X

〈복소평면〉



복소수 z가 반경이 r인 원주 위를 등각속도 회전 운동을 한다고 하면

$$z = re^{j\theta}$$

$$z(t) = re^{j(wt+\emptyset)}$$

$$\theta = wt + \emptyset$$

Data Mining Quality Analytics

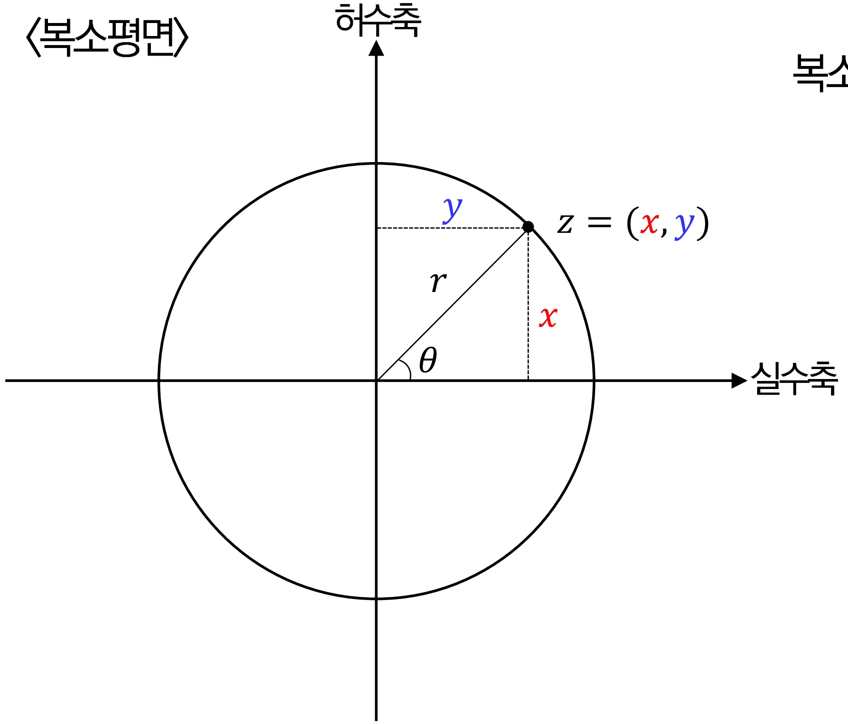
신호 (Signal)

$$x(t) = A\cos(2\pi f_0 t + \emptyset) = A\cos(w_0 t + \emptyset)$$

❖ 정현파 신호의 복소지수 표현

- 복소지수 (complex exponential) 는 지수가 복소수일 때의 수를 말함
- 복소지수함수는 오일러 공식 (Euler's formula) 을 활용하면 사인함수와 코사인함수로 표현할 수 있음
- 복소지수 형태의 신호 표현은 신호의 주파수 분석에 매우 유용!

〈복소평면〉



복소수 z가 반경이 r인 원주 위를 등각속도 회전 운동을 한다고 하면

$$z = re^{j\theta}$$

$$\theta = wt + \emptyset$$

$$z(t) = re^{j(wt+\emptyset)}$$

$$z(t) = r\cos(wt + \emptyset) + jr\sin(wt + \emptyset)$$

$$\theta = \omega t$$

(각도 = 각속도 X 회전시간)

$$\omega = radian/sec$$

Radian = 원의 반지름 r과 같은 크기의 호가 만들어지는 각도
(1radian은 대략 57.2858도)

*위상(∅)은 주기에 영향X

오일러 공식

$$e^{j\theta} = \cos(\theta) + j\sin(\theta)$$

Data Mining Quality Analytics

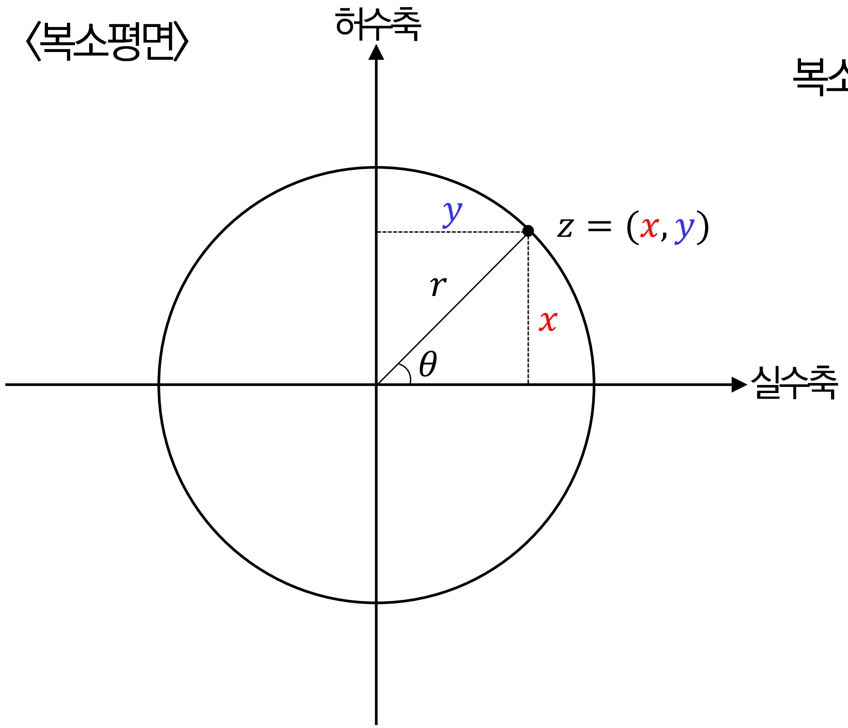
신호 (Signal)

$$x(t) = A\cos(2\pi f_0 t + \emptyset) = A\cos(w_0 t + \emptyset)$$

❖ 정현파 신호의 복소지수 표현

- 복소지수 (complex exponential) 는 지수가 복소수일 때의 수를 말함
- 복소지수함수는 오일러 공식 (Euler's formula) 을 활용하면 사인함수와 코사인함수로 표현할 수 있음
- 복소지수 형태의 신호 표현은 신호의 주파수 분석에 매우 유용!

〈복소평면〉



복소수 z가 반경이 r인 원주 위를 등각속도 회전 운동을 한다고 하면

$$z = re^{j\theta}$$

$$\theta = wt + \emptyset$$

$$z(t) = re^{j(wt+\emptyset)}$$

$$z(t) = r\cos(wt + \emptyset) + jr\sin(wt + \emptyset)$$

$$z(t) = r\cos(2\pi ft + \emptyset) + jr\sin(2\pi ft + \emptyset)$$

$$\theta = \omega t$$

(각도 = 각속도 X 회전시간)

$$\omega = radian/sec$$

Radian = 원의 반지름 r과 같은 크기의 호가 만들어지는 각도
(1radian은 대략 57.2858도)

*위상(∅)은 주기에 영향 X

오일러 공식

$$e^{j\theta} = \cos(\theta) + j\sin(\theta)$$

$\boxed{\omega = 2\pi f}$ 라는 식이 성립

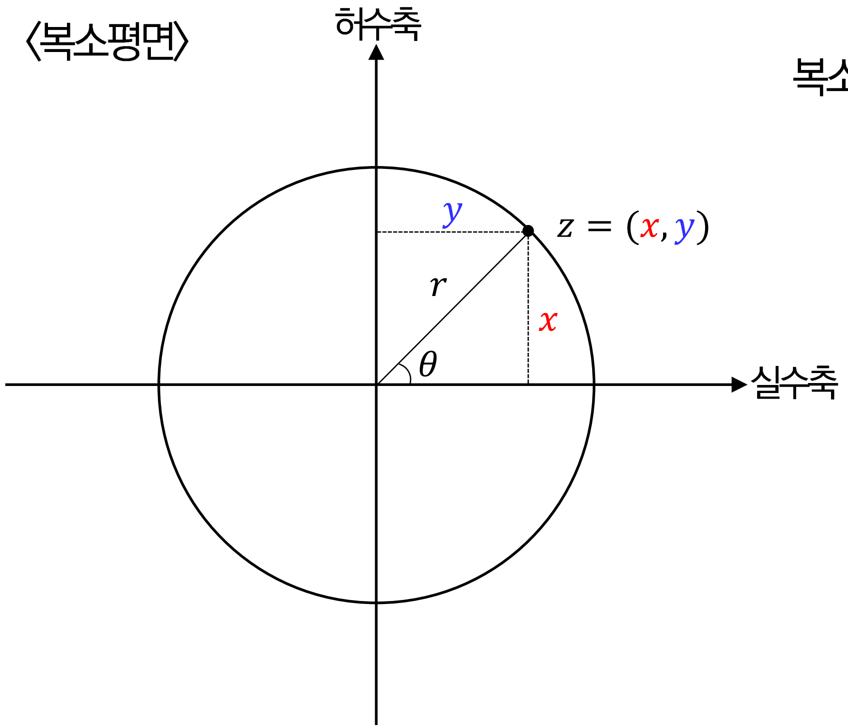
신호 (Signal)

$$x(t) = A\cos(2\pi f_0 t + \emptyset) = A\cos(w_0 t + \emptyset)$$

❖ 정현파 신호의 복소지수 표현

- 복소지수 (complex exponential) 는 지수가 복소수일 때의 수를 말함
- 복소지수함수는 오일러 공식 (Euler's formula) 을 활용하면 사인함수와 코사인함수로 표현할 수 있음
- 복소지수 형태의 신호 표현은 신호의 주파수 분석에 매우 유용!

<복소평면>

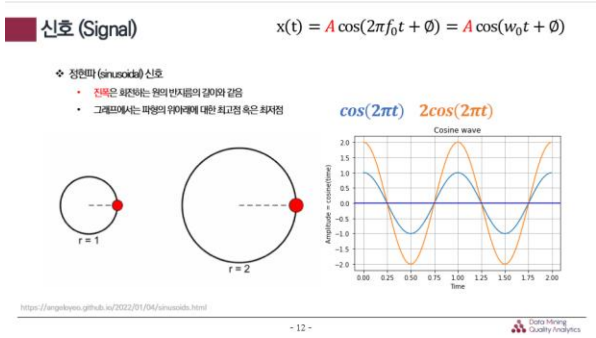


복소수 z가 반경이 r인 원주 위를 등각속도 회전 운동을 한다고 하면

$$z(t) = re^{j(wt+\emptyset)}$$
$$z(t) = r\cos(2\pi ft + \emptyset) + jr\sin(2\pi ft + \emptyset)$$

Data Mining Quality Analytics

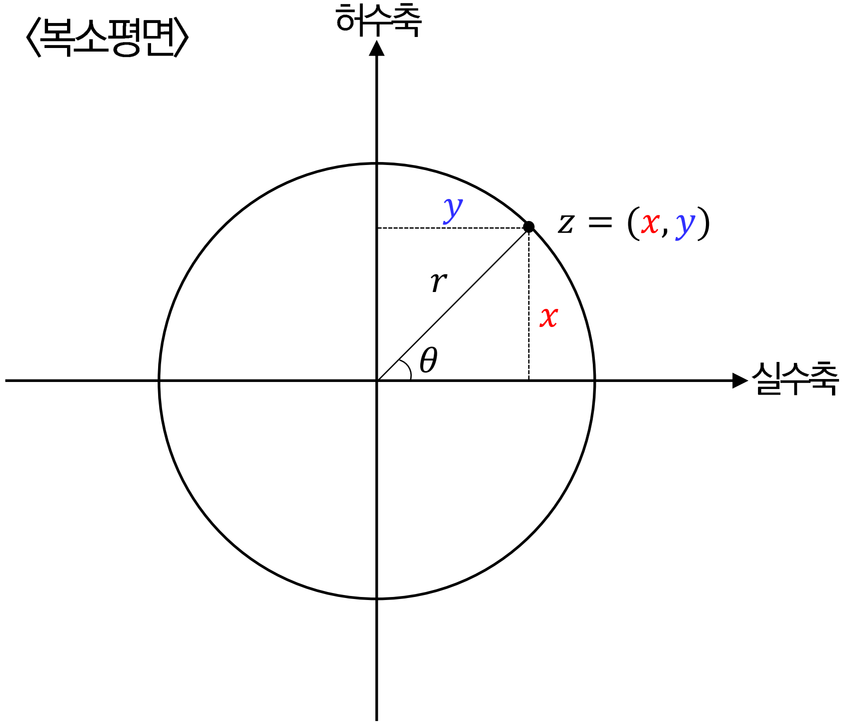
$$x(t) = A\cos(2\pi f_0 t + \emptyset) = A\cos(w_0 t + \emptyset)$$



❖ 정현파 신호의 복소지수 표현

- 복소지수 (complex exponential) 는 지수가 복소수일 때의 수를 말함
- 복소지수함수는 오일러 공식 (Euler's formula) 을 활용하면 사인함수와 코사인함수로 표현할 수 있음
- 복소지수 형태의 신호 표현은 신호의 주파수 분석에 매우 유용!

〈복소평면〉



원의 반지름 r은 신호의 진폭과 관련!

$$z(t) = re^{j(wt+\emptyset)}$$

$$z(t) = r\cos(2\pi ft + \emptyset) + jr\sin(2\pi ft + \emptyset)$$

$$z(t) = Ae^{j(wt+\emptyset)}$$

$$z(t) = A\cos(2\pi ft + \emptyset) + jA\sin(2\pi ft + \emptyset)$$

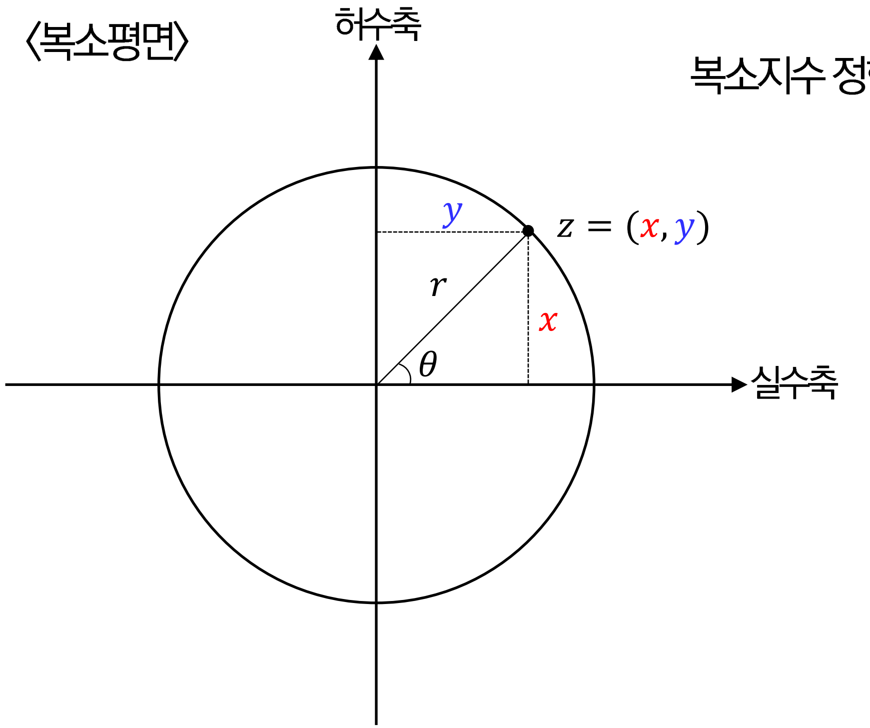
신호 (Signal)

$$x(t) = A\cos(2\pi f_0 t + \emptyset) = A\cos(w_0 t + \emptyset)$$

❖ 정현파 신호의 복소지수 표현

- 복소지수 (complex exponential)는 지수가 복소수일 때의 수를 말함
- 복소지수함수는 오일러 공식 (Euler's formula)을 활용하면 사인함수와 코사인함수로 표현할 수 있음
- 복소지수 형태의 신호 표현은 신호의 주파수 분석에 매우 유용!

<복소평면>



복소지수 정현파의 실수부와 허수부는 각각 코사인 정현파 신호와 사인 정현파 신호이다!

$$z(t) = Ae^{j(wt+\emptyset)}$$

$$z(t) = A\cos(2\pi f t + \emptyset) + jA\sin(2\pi f t + \emptyset)$$

$$\Downarrow$$

$$Real\{Ae^{j(wt+\emptyset)}\} = A\cos(2\pi f t + \emptyset)$$

$$Imaginary\{Ae^{j(wt+\emptyset)}\} = A\sin(2\pi f t + \emptyset)$$

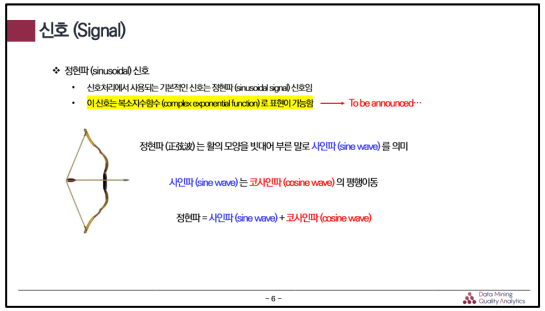
복소지수 정현파의
실수부와 허수부는

각각

코사인 정현파 신호와
사인 정현파 신호이다!

신호 (Signal)

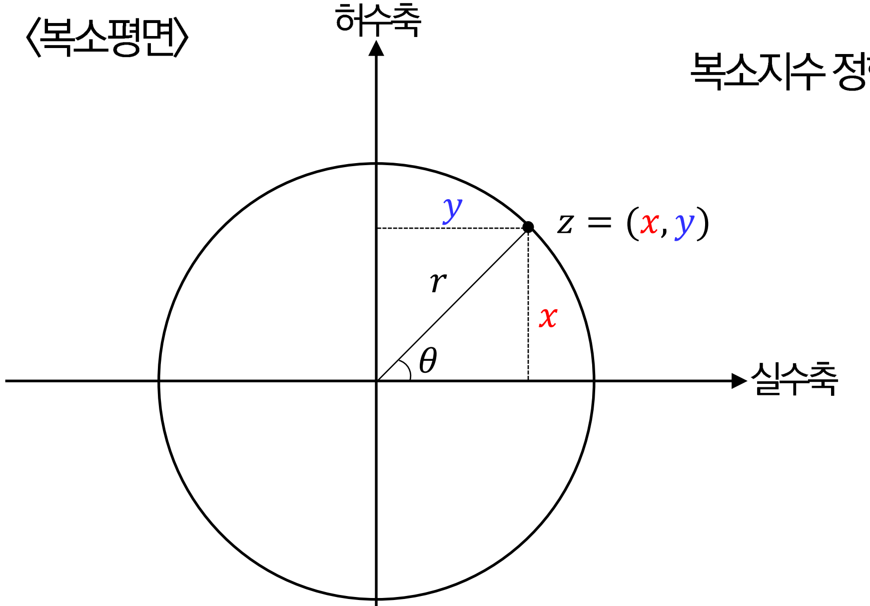
$$x(t) = A\cos(2\pi f_0 t + \emptyset) = A\cos(w_0 t + \emptyset)$$



❖ 정현파 신호의 복소지수 표현

- 복소지수 (complex exponential)는 지수가 복소수일 때의 수를 말함
- 복소지수함수는 오일러 공식 (Euler's formula)을 활용하면 사인함수와 코사인함수로 표현할 수 있음
- 복소지수 형태의 신호 표현은 신호의 주파수 분석에 매우 유용!

〈복소평면〉



복소지수 정현파의 실수부와 허수부는 각각 코사인 정현파 신호와 사인 정현파 신호이다!

$$z(t) = Ae^{j(wt+\emptyset)}$$

$$z(t) = A\cos(2\pi ft + \emptyset) + jA\sin(2\pi ft + \emptyset)$$

$$\downarrow$$

$$Real\{Ae^{j(wt+\emptyset)}\} = A\cos(2\pi ft + \emptyset)$$

$$Imaginary\{Ae^{j(wt+\emptyset)}\} = A\sin(2\pi ft + \emptyset)$$

복소지수 정현파의 실수부와 허수부는

각각

코사인 정현파 신호와 사인 정현파 신호이다!

복소지수 형태의 정현파 신호는 사인파와 코사인파로 표현할 수 있다

신호 (Signal)

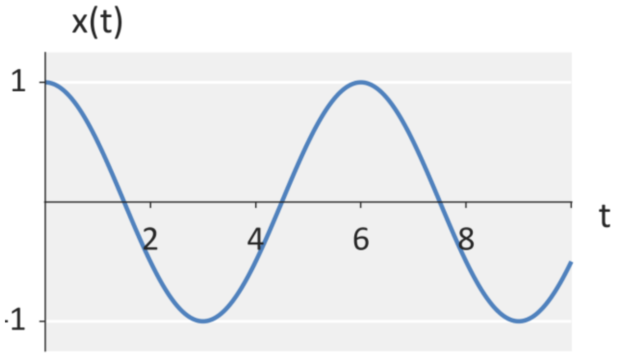
$$x(t) = A\cos(2\pi f_0 t + \emptyset) = A\cos(w_0 t + \emptyset)$$

❖ 신호의 종류 (연속신호와 이산신호)

- 연속신호 (continuous signal) : 일반적인 정현파 신호
- 이산시간신호 (discrete signal) : 연속시간신호를 시간에 대해 일정한 시간 간격 T_s로 샘플링한 신호 $(t = nT_s)$
- 이산신호 (discrete signal) : 이산시간신호에서 시간 개념(상수)인 T_s 를 생략한 신호

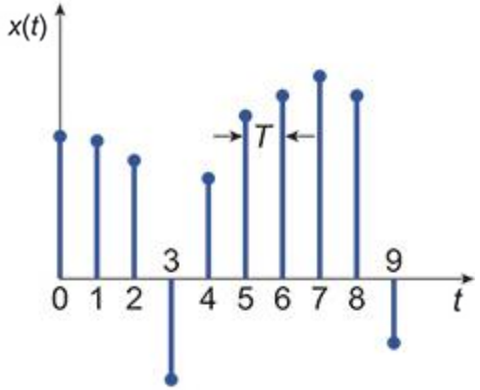
연속신호:

$x(t) = \cos(2\pi ft)$



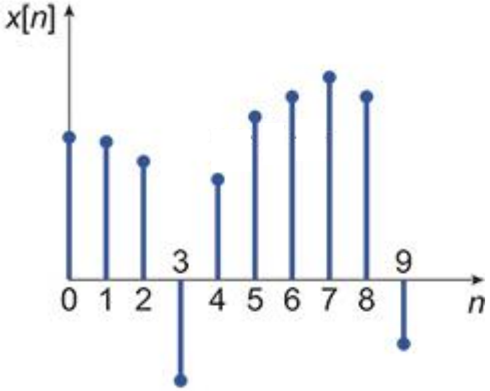
이산시간신호:

$x(nT_s) = \cos(2\pi fnT_s)$



이산신호:

$x(n) = cos(2\pi fn)$



신호 (Signal)

$$x(t) = A\cos(2\pi f_0 t + \emptyset) = A\cos(w_0 t + \emptyset)$$

❖ 신호의 종류 (연속신호와 이산신호)

- 연속신호 (continuous signal) : 일반적인 정현파 신호
- 이산시간신호 (discrete signal) : 연속시간신호를 시간에 대해 일정한 시간 간격 T_s로 샘플링한 신호 $(t = nT_s)$
- 이산신호 (discrete signal) : 이산시간신호에서 시간 개념(상수)인 T_s 를 생략한 신호

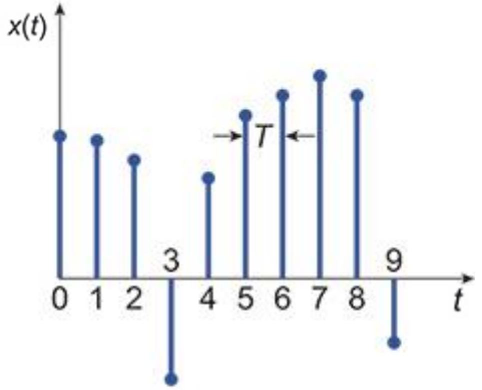
연속신호:

컴퓨터나 데이터 수집 보드(Data Acquisition Board)를 이용해 신호를 수집하면
일정한 시간 간격(discrete)마다 숫자로 이루어진 측정 값들의 나열을 받음

컴퓨터와 같은 디지털 신호 처리 장치는 모든 자료를 연속적(continuous)으로 저장할 수 없기 때문

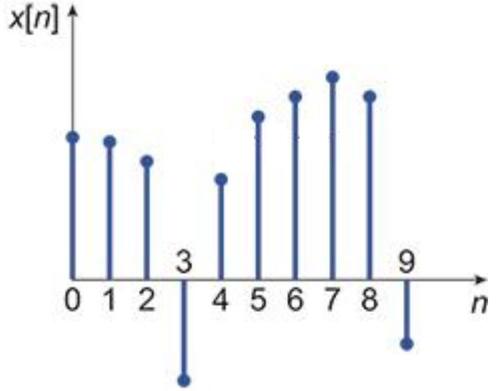
이산시간신호:

$x(nT_s) = \cos(2\pi f nT_s)$



이산신호:

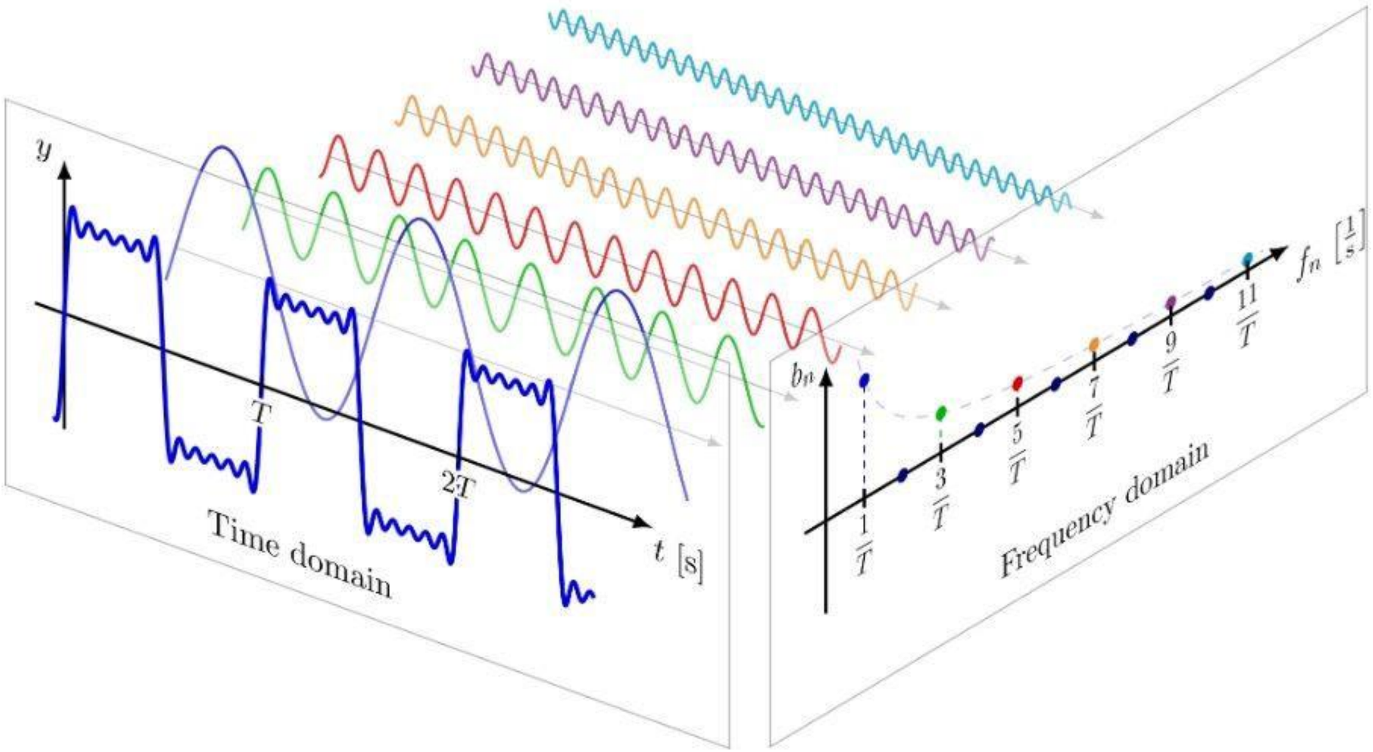
$x(n) = \cos(2\pi f n)$



푸리에 변환 (Fourier Transform)

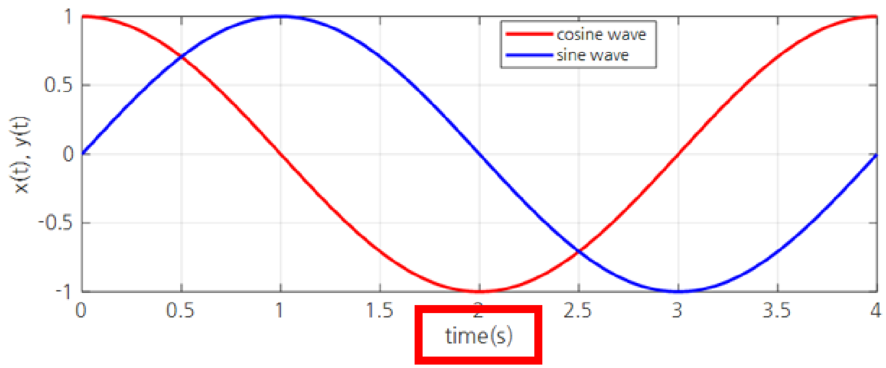
❖ 푸리에 변환의 정의

- 정현파 신호는 시간에 대한 함수임
- 푸리에 변환은 시간에 대한 함수를 주파수 성분으로 분해하는 변환



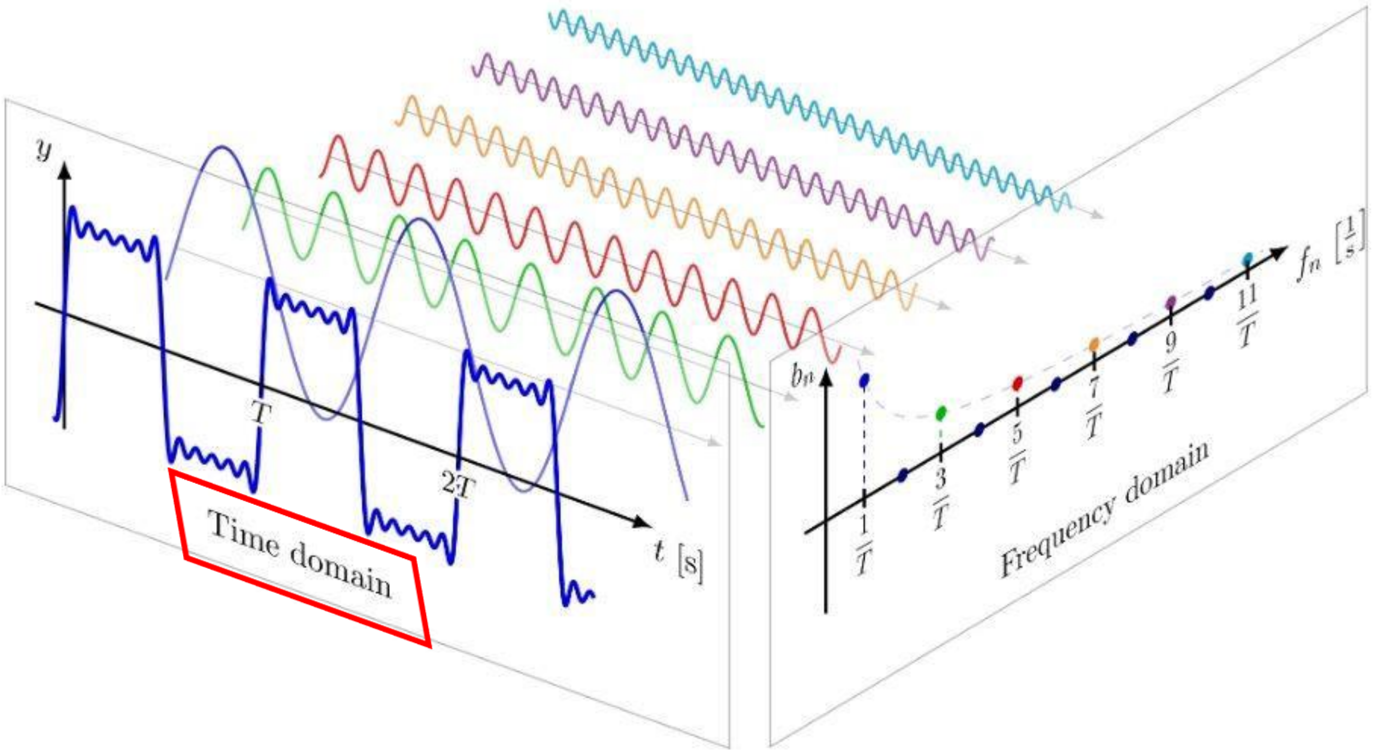
푸리에 변환 (Fourier Transform)

- 코사인파 (cosine wave) = 시간에 따른 x의 위치 변화
- 사인파 (sine wave) = 시간에 따른 y의 위치 변화



❖ 푸리에 변환의 정의

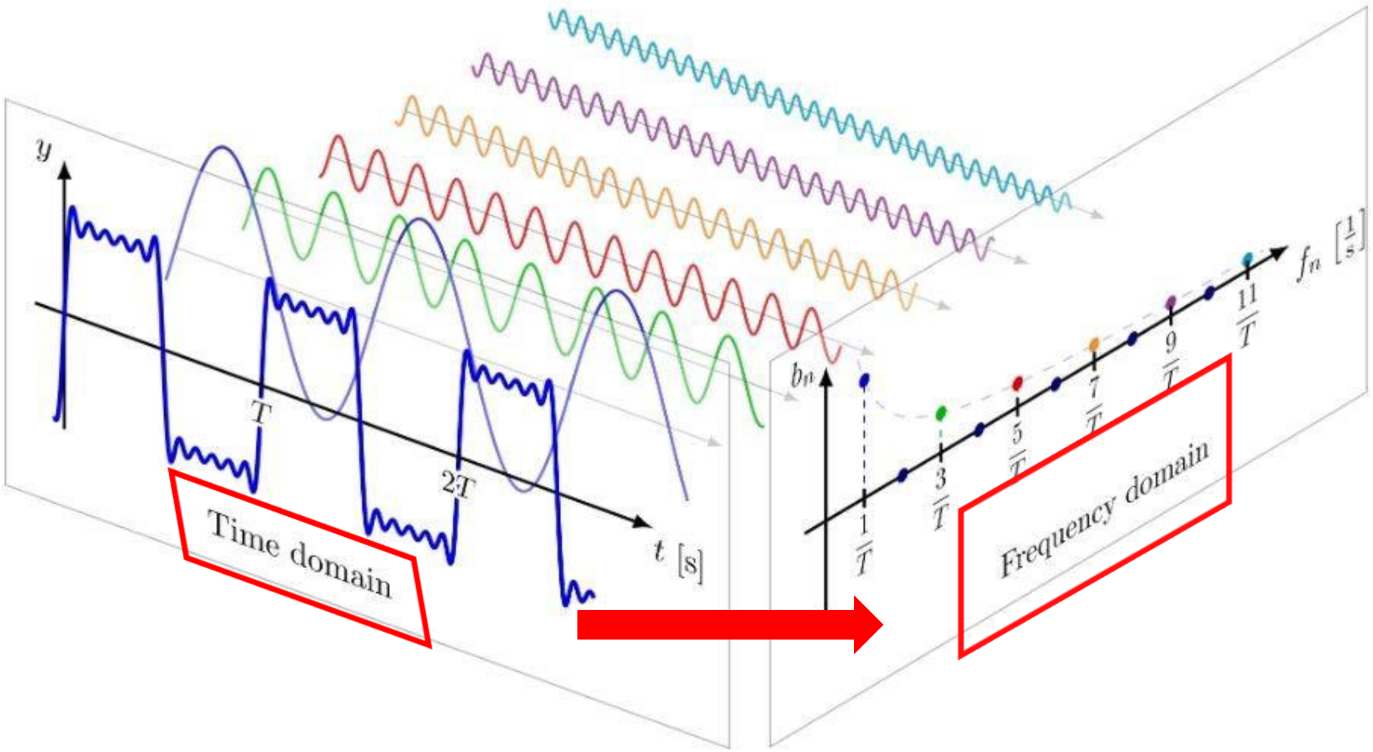
- 정현파 신호는 시간에 대한 함수임
- 푸리에 변환은 시간에 대한 함수를 주파수 성분으로 분해하는 변환



푸리에 변환 (Fourier Transform)

❖ 푸리에 변환의 정의

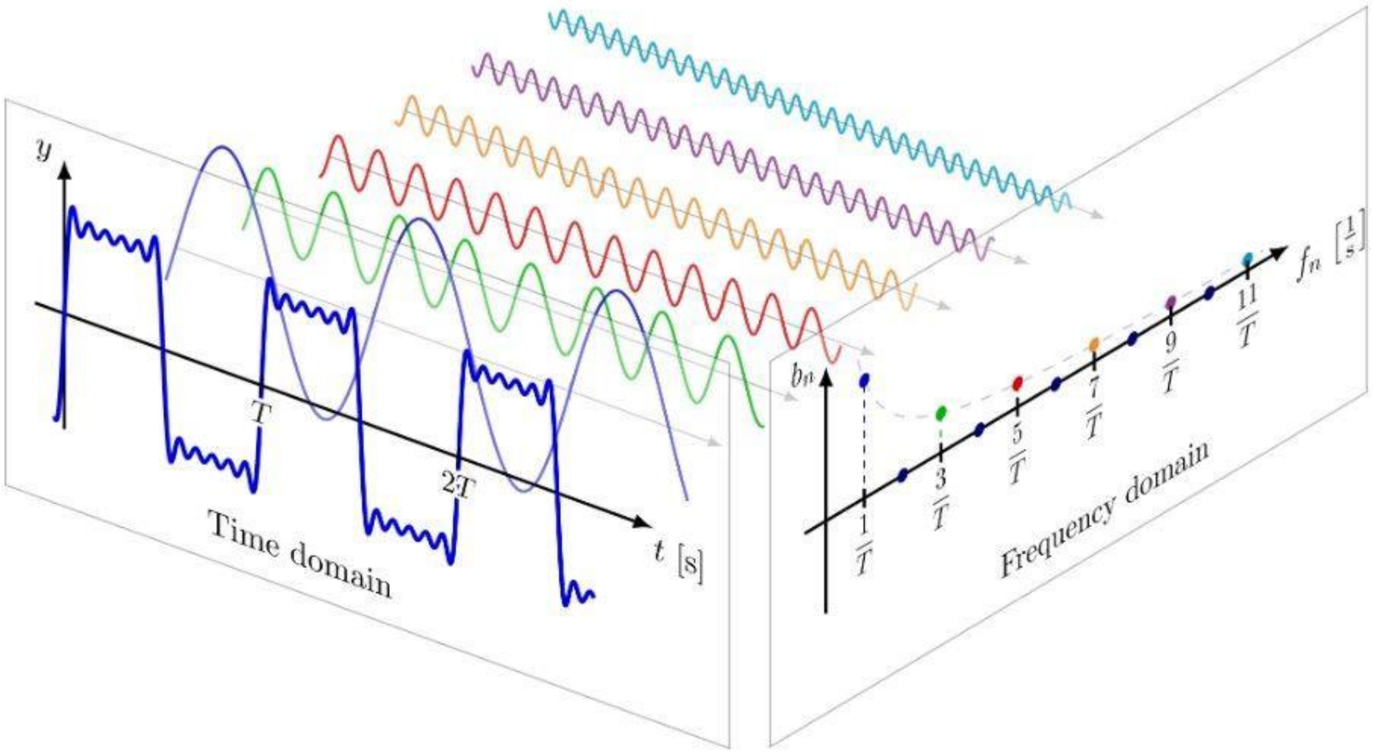
- 정현파 신호는 시간에 대한 함수임
- 푸리에 변환은 시간에 대한 함수를 주파수 성분으로 분해하는 변환



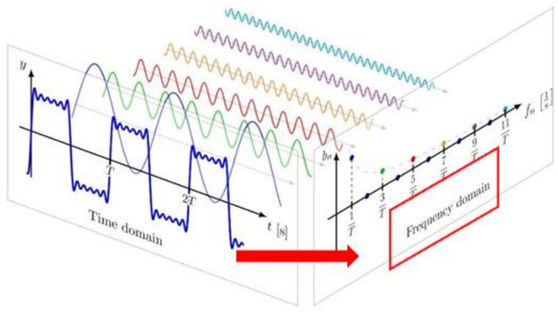
푸리에 변환 (Fourier Transform)

❖ 푸리에 변환의 목적

- 1. 원본 데이터에서는 확인할 수 없는 신호에 대한 해석
- 2. 정보의 압축

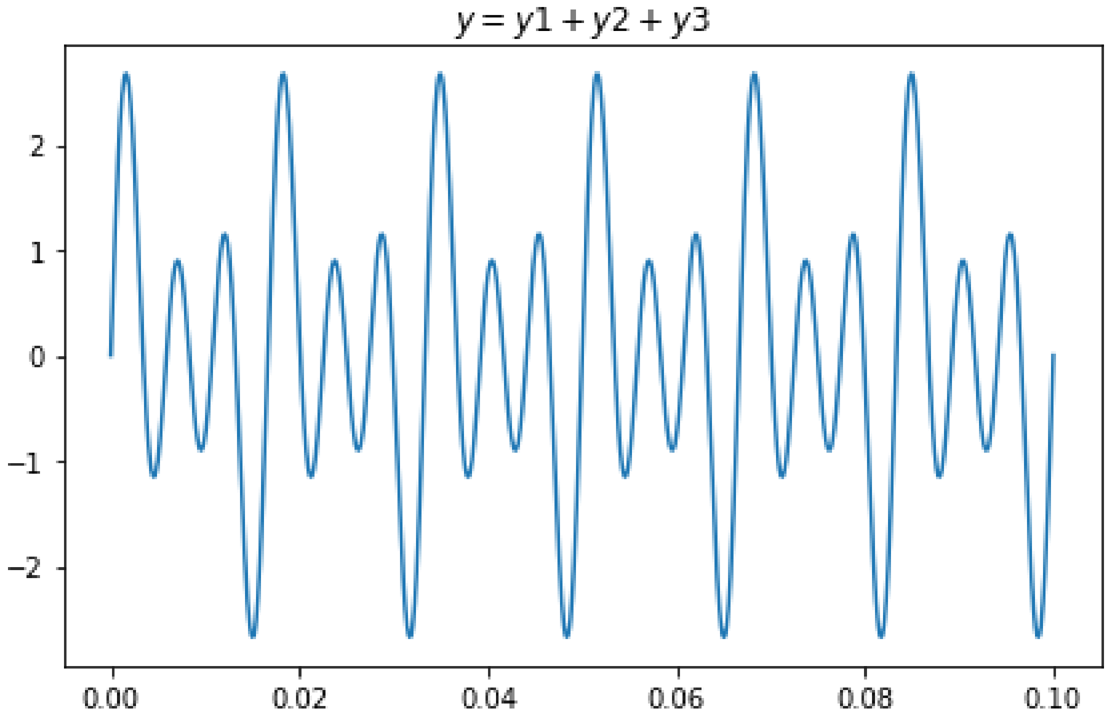


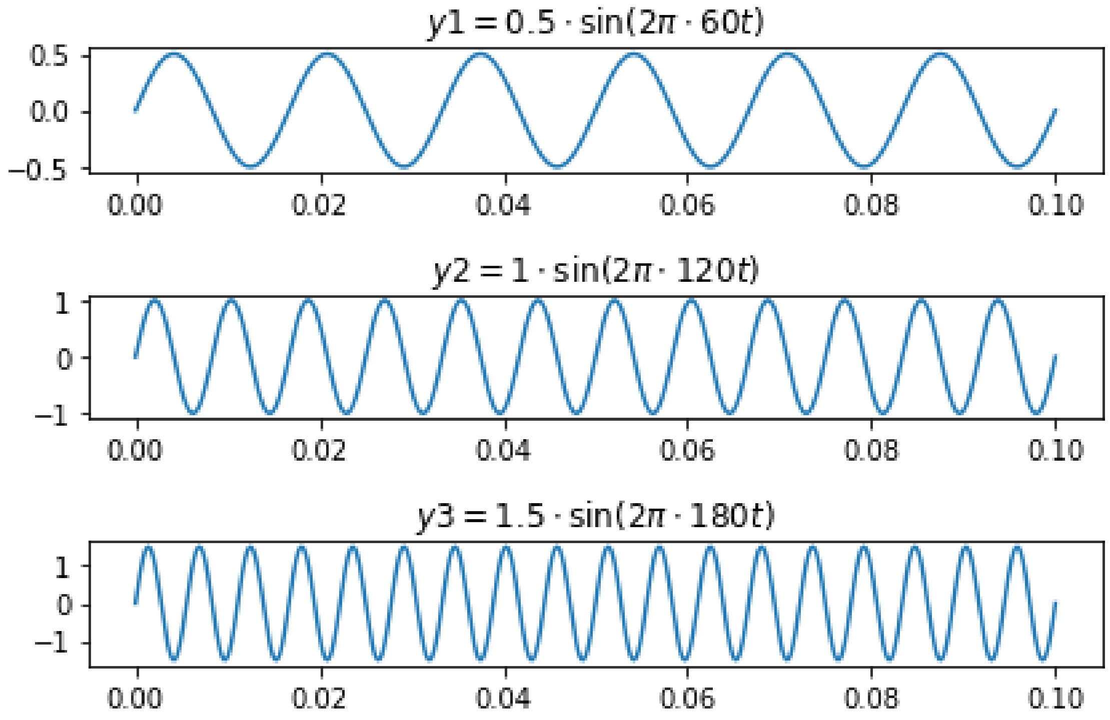
푸리에 변환 (Fourier Transform)



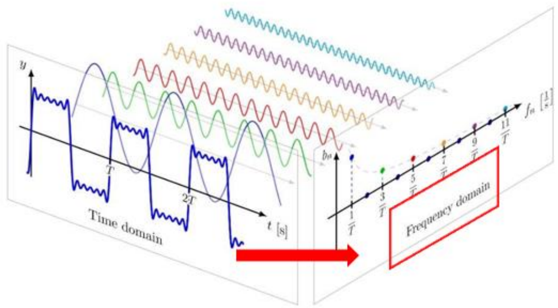
❖ 푸리에 변환의 목적

- 1. 원본 데이터에서는 확인할 수 없는 신호에 대한 해석
- 2. 정보의 압축



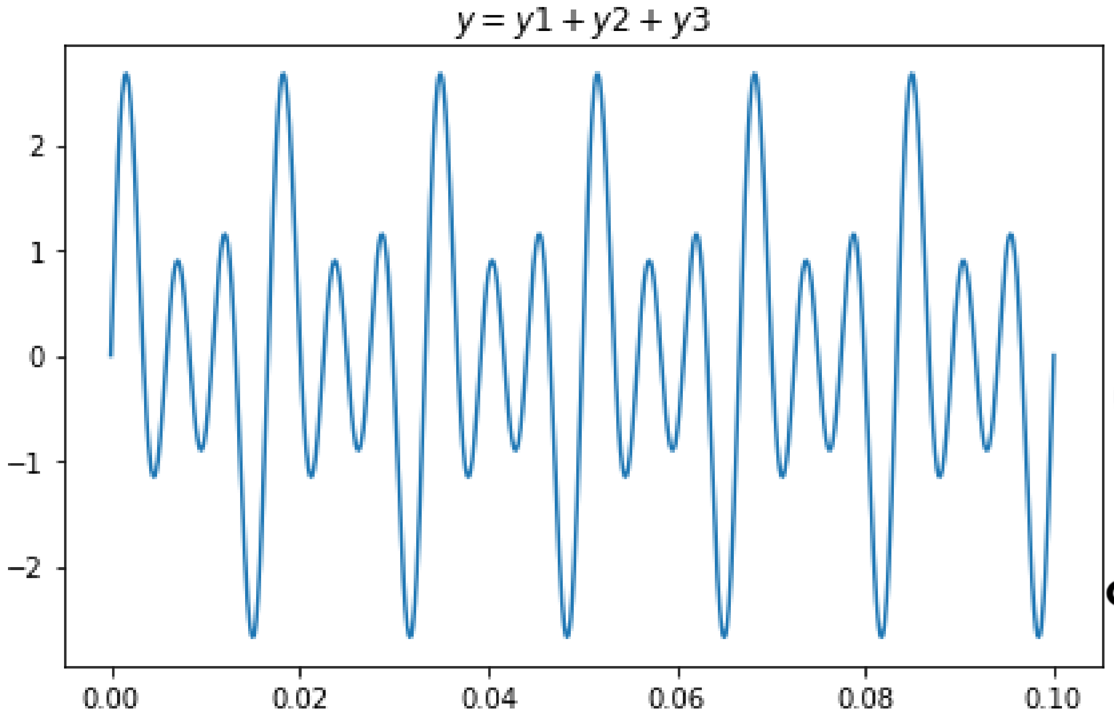


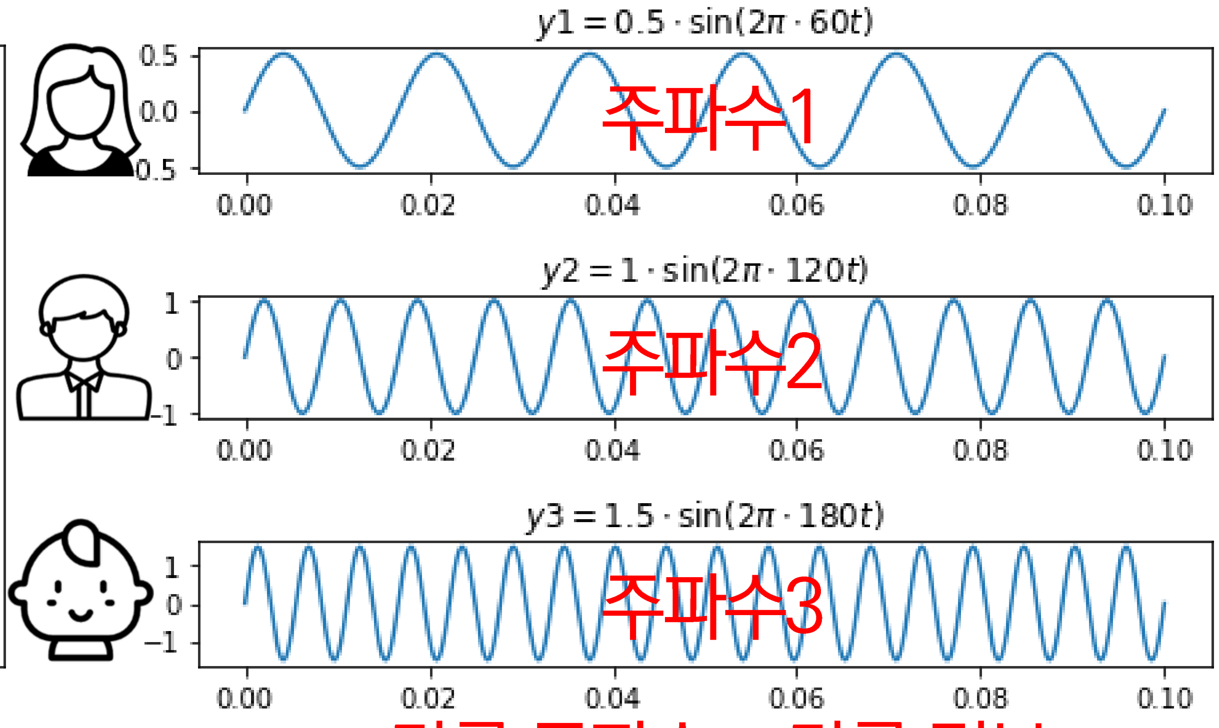
푸리에 변환 (Fourier Transform)



❖ 푸리에 변환의 목적

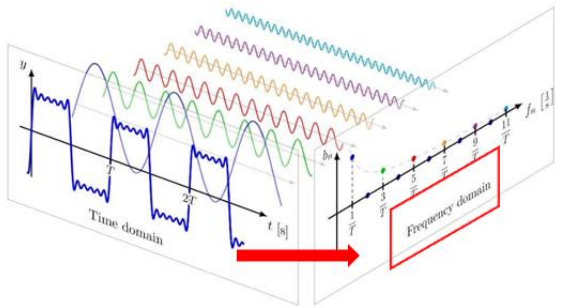
- 1. 원본 데이터에서는 확인할 수 없는 신호에 대한 해석
- 2. 정보의 압축





다른 주파수 = 다른 정보

푸리에 변환 (Fourier Transform)

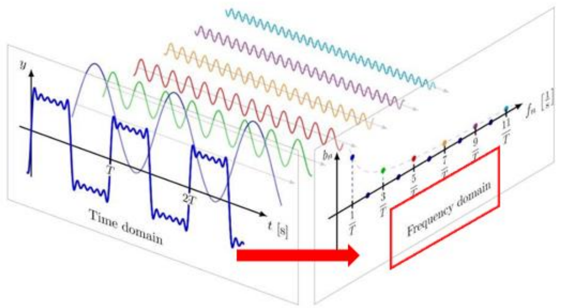


❖ 푸리에 변환의 목적

- 1. 원본 데이터에서는 확인할 수 없는 신호에 대한 해석
- 2. 정보의 압축

김창현의 운동 계획				
1일차	등	가슴	하체	어깨
2일차				어깨
3일차	등			어깨
4일차		가슴		어깨
5일차	등		하체	어깨
6일차				어깨
7일차	등	가슴		어깨

푸리에 변환 (Fourier Transform)



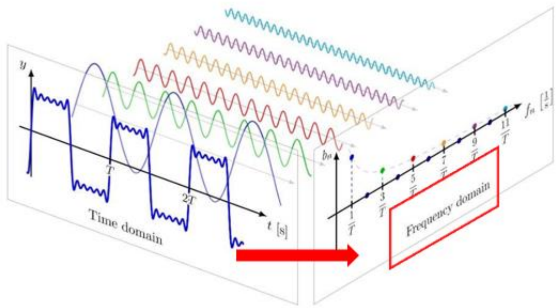
❖ 푸리에 변환의 목적

- 1. 원본 데이터에서는 확인할 수 없는 신호에 대한 해석
- 2. 정보의 압축

무한히 증가

김창현의 운동 계획				
1일차	등	가슴	하체	어깨
2일차				어깨
3일차	등			어깨
4일차		가슴		어깨
5일차	등		하체	어깨
6일차				어깨
7일차	등	가슴		어깨
…	…			
100일차		가슴		어께

푸리에 변환 (Fourier Transform)



❖ 푸리에 변환의 목적

- 1. 원본 데이터에서는 확인할 수 없는 신호에 대한 해석
- 2. 정보의 압축

시간에 대한 데이터

무한히 증가

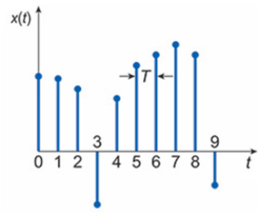
김창현의 운동 계획				
1일차	등	가슴	하체	어깨
2일차				어깨
3일차	등			어깨
4일차		가슴		어깨
5일차	등		하체	어깨
6일차				어깨
7일차	등	가슴		어깨
…	…			
100일차		가슴		어께

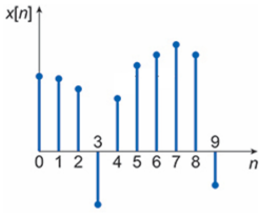
정보의 압축

주기(주파수)에 대한 데이터

김창현의 운동 계획	
1일마다	어깨
2일마다	등
3일마다	가슴
4일마다	하체

푸리에 변환 (Fourier Transform)





❖ 이산 푸리에 변환 (Discrete Fourier Transform, DFT)

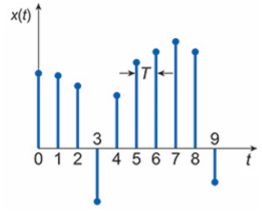
- 이산신호에 대한 해석을 위해 필요한 방법
- 이산신호 (discrete signal) : 이산시간신호에서 시간 개념(상수)인 T_s 를 생략한 신호
- 푸리에 변환은 시간에 대한 함수(신호)를 주파수 성분으로 분해하는 변환

길이가 N인 이산 신호 $x[n]$와 길이가 N인 이산 주파수 성분 $X[k]$에 대한
이산 푸리에 변환식

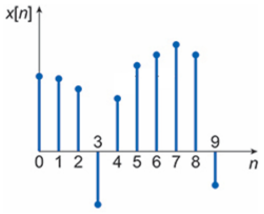
$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] exp(-j\frac{2\pi}{N}nk)$$

푸리에 변환 (Fourier Transform)

이산시간신호:
$x(nT_s) = \cos(2\pi f n T_s)$



이산신호:
$x(n) = cos(2\pi f n)$



❖ 이산 푸리에 변환 (Discrete Fourier Transform, DFT)

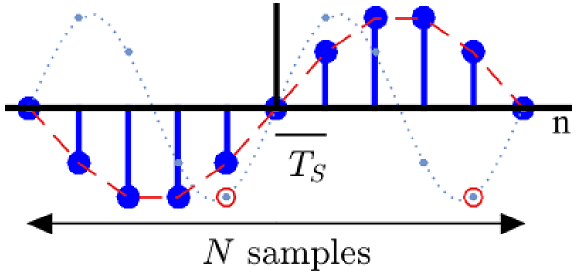
- 이산신호에 대한 해석을 위해 필요한 방법
- 이산신호 (discrete signal) : 이산시간신호에서 시간 개념(상수)인 T_s 를 생략한 신호
- 푸리에 변환은 시간에 대한 함수(신호)를 주파수 성분으로 분해하는 변환

신호 = 벡터

길이가 N인
이산 신호 $x[n]$

$$x[n] = \begin{bmatrix} x[0] \\ x[1] \\ \vdots \\ x[N-1] \end{bmatrix}$$

푸리에 변환 (Fourier Transform)



wirelesspi.com

❖ 이산 푸리에 변환 (Discrete Fourier Transform, DFT)

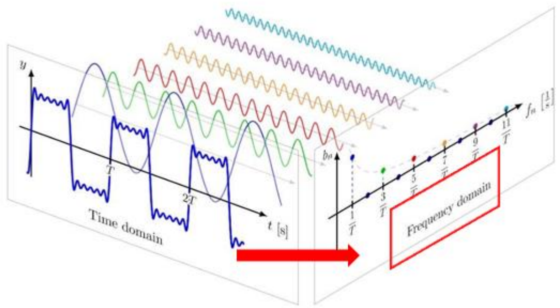
- 이산신호에 대한 해석을 위해 필요한 방법
- 이산신호 (discrete signal) : 이산시간신호에서 시간 개념(상수)인 T_s 를 생략한 신호
- 푸리에 변환은 시간에 대한 함수(신호)를 주파수 성분으로 분해하는 변환

주파수 = 벡터

길이가 N인
이산 주파수 $X[k]$

$$X[k] = \begin{bmatrix} X[0] \\ X[1] \\ \vdots \\ X[N-1] \end{bmatrix}$$

푸리에 변환 (Fourier Transform)



❖ 이산 푸리에 변환 (Discrete Fourier Transform, DFT)

- 이산신호에 대한 해석을 위해 필요한 방법
- 이산신호 (discrete signal) : 이산시간신호에서 시간 개념(상수)인 T_s 를 생략한 신호
- 푸리에 변환은 시간에 대한 함수(신호)를 주파수 성분으로 분해하는 변환

신호 = 벡터

$$x[n] = \begin{bmatrix} x[0] \\ x[1] \\ \vdots \\ x[N-1] \end{bmatrix}$$

이산 푸리에 변환

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] exp(-j\frac{2\pi}{N}nk)$$

주파수 = 벡터

$$X[k] = \begin{bmatrix} X[0] \\ X[1] \\ \vdots \\ X[N-1] \end{bmatrix}$$

푸리에 변환 (Fourier Transform)

❖ 이산 푸리에 변환 (Discrete Fourier Transform, DFT)

- 이산신호에 대한 해석을 위해 필요한 방법
- 이산신호 (discrete signal) : 이산시간신호에서 시간 개념(상수)인 T_s 를 생략한 신호
- 푸리에 변환은 시간에 대한 함수(신호)를 주파수 성분으로 분해하는 변환

신호 = 벡터

$$x[n] = \begin{bmatrix} x[0] \\ x[1] \\ \vdots \\ x[N-1] \end{bmatrix}$$

이산 푸리에 변환

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] exp(-j\frac{2\pi}{N}nk)$$

주파수 = 벡터

$$X[k] = \begin{bmatrix} X[0] \\ X[1] \\ \vdots \\ X[N-1] \end{bmatrix}$$

푸리에 변환 (Fourier Transform)

신호 = 벡터   이산 푸리에 변환   주파수 = 벡터

$$x[n] = \begin{bmatrix} x[0] \\ x[1] \\ \vdots \\ x[N-1] \end{bmatrix} \qquad X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]exp(-j\frac{2\pi}{N}nk) \qquad X[k] = \begin{bmatrix} \boxed{\begin{matrix} X[0] \\ X[1] \end{matrix}} \\ \vdots \\ X[N-1] \end{bmatrix}$$

❖ 이산 푸리에 변환 (Discrete Fourier Transform, DFT)

- 푸리에 변환은 시간에 대한 함수(신호)를 주파수 성분으로 분해하는 변환
- 신호벡터에 어떤 연산을 통해 주파수 성분을 유도한 것

$$\begin{aligned} \boxed{X[0]} &= x[0]exp\left(-j\frac{2\pi}{N}0*0\right) + x[1]exp\left(-j\frac{2\pi}{N}1*0\right) + x[2]exp\left(-j\frac{2\pi}{N}2*0\right) + \cdots + x[N-1]exp\left(-j\frac{2\pi}{N}(N-1)*0\right) \\ &= x[0]*1 + x[1]*1 + x[2]*1 + \cdots + x[N-1]*1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \boxed{X[1]} &= x[0]exp\left(-j\frac{2\pi}{N}0*1\right) + x[1]exp\left(-j\frac{2\pi}{N}1*1\right) + x[2]exp\left(-j\frac{2\pi}{N}2*1\right) + \cdots + x[N-1]exp\left(-j\frac{2\pi}{N}(N-1)*1\right) \\ &= x[0]exp\left(-j\frac{2\pi}{N}0\right) + x[1]exp\left(-j\frac{2\pi}{N}1\right) + x[2]exp\left(-j\frac{2\pi}{N}2\right) + \cdots + x[N-1]exp\left(-j\frac{2\pi}{N}(N-1)\right) \end{aligned}$$

푸리에 변환 (Fourier Transform)

신호 = 벡터 / 이산 푸리에 변환 / 주파수 = 벡터

$$x[n] = \begin{bmatrix} x[0] \\ x[1] \\ \vdots \\ x[N-1] \end{bmatrix} \qquad X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]exp(-j\frac{2\pi}{N}nk) \qquad X[k] = \begin{bmatrix} \boxed{\begin{matrix} X[0] \\ X[1] \end{matrix}} \\ \vdots \\ X[N-1] \end{bmatrix}$$

❖ 이산 푸리에 변환 (Discrete Fourier Transform, DFT)

- 푸리에 변환은 시간에 대한 함수(신호)를 주파수 성분으로 분해하는 변환
- 신호벡터에 어떤 연산을 통해 주파수 성분을 유도한 것

$$\boldsymbol{w = exp(-j\frac{2\pi}{N})}$$

$$\begin{aligned} X[0] &= x[0]exp\left(-j\frac{2\pi}{N}0*0\right) + x[1]exp\left(-j\frac{2\pi}{N}1*0\right) + x[2]exp\left(-j\frac{2\pi}{N}2*0\right) + \cdots + x[N-1]exp\left(-j\frac{2\pi}{N}(N-1)*0\right) \\ &= x[0]*1 + x[1]*1 + x[2]*1 + \cdots + x[N-1]*1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X[1] &= x[0]exp\left(-j\frac{2\pi}{N}0*1\right) + x[1]exp\left(-j\frac{2\pi}{N}1*1\right) + x[2]exp\left(-j\frac{2\pi}{N}2*1\right) + \cdots + x[N-1]exp\left(-j\frac{2\pi}{N}(N-1)*1\right) \\ &= x[0]exp\left(-j\frac{2\pi}{N}0\right) + x[1]exp\left(-j\frac{2\pi}{N}1\right) + x[2]exp\left(-j\frac{2\pi}{N}2\right) + \cdots + x[N-1]exp\left(-j\frac{2\pi}{N}(N-1)\right) \\ &= x[0]w^0 + x[1]w^1 + x[2]w^2 + \cdots + x[N-1]w^{N-1} \end{aligned}$$

푸리에 변환 (Fourier Transform)

신호 = 벡터 | 이산 푸리에 변환 | 주파수 = 벡터

$$x[n] = \begin{bmatrix} x[0] \\ x[1] \\ \vdots \\ x[N-1] \end{bmatrix} \quad X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]exp(-j\frac{2\pi}{N}nk) \quad X[k] = \begin{bmatrix} X[0] \\ X[1] \\ \vdots \\ X[N-1] \end{bmatrix}$$

❖ 이산 푸리에 변환 (Discrete Fourier Transform, DFT)

- 푸리에 변환은 시간에 대한 함수(신호)를 주파수 성분으로 분해하는 변환
- 신호벡터에 어떤 연산을 통해 주파수 성분을 유도한 것

$$\boldsymbol{w = exp(-j\frac{2\pi}{N})}$$

$$X[1] = x[0]w^0 + x[1]w^1 + x[2]w^2 + \cdots + x[N-1]w^{N-1}$$

$$\Downarrow$$

i번째 주파수 성분 $X[i]$ $\quad X[i] = x[0]w^0 + x[1]w^{i\times 1} + x[2]w^{i\times 2} + \cdots + x[N-1]w^{i\times N-1}$

푸리에 변환 (Fourier Transform)

신호 = 벡터 이산 푸리에 변환 주파수 = 벡터

$$x[n] = \begin{bmatrix} x[0] \\ x[1] \\ \vdots \\ x[N-1] \end{bmatrix} \qquad X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] exp(-j\frac{2\pi}{N}nk) \qquad X[k] = \begin{bmatrix} X[0] \\ X[1] \\ \vdots \\ X[N-1] \end{bmatrix}$$

❖ 이산 푸리에 변환 (Discrete Fourier Transform, DFT)

- 푸리에 변환은 시간에 대한 함수(신호)를 주파수 성분으로 분해하는 변환
- 신호벡터에 어떤 연산을 통해 주파수 성분을 유도한 것

$$\boldsymbol{w = exp(-j\frac{2\pi}{N})}$$

$$X[1] = x[0]w^0 + x[1]w^1 + x[2]w^2 + \cdots + x[N-1]w^{N-1}$$

↓

i번째 주파수 성분 $X[i]$ $\quad X[i] = x[0]w^0 + x[1]w^{i\times1} + x[2]w^{i\times2} + \cdots + x[N-1]w^{i\times N-1}$

주파수

$$X[k] = \begin{bmatrix} X[0] \\ X[1] \\ \vdots \\ X[N-1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w^{0\times0} & w^{0\times1} & w^{0\times2} & \cdots & w^{0\times N-1} \\ w^{1\times0} & w^{1\times1} & w^{1\times2} & \cdots & w^{1\times N-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w^{N-1\times0} & w^{N-1\times1} & w^{(N-1)\times2} & \cdots & w^{(N-1)\times(N-1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x[0] \\ x[1] \\ \vdots \\ x[N-1] \end{bmatrix}$$

푸리에 변환 (Fourier Transform)

신호 = 벡터 | 이산 푸리에 변환 | 주파수 = 벡터

$$x[n] = \begin{bmatrix} x[0] \\ x[1] \\ \vdots \\ x[N-1] \end{bmatrix} \qquad X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]exp(-j\frac{2\pi}{N}nk) \qquad X[k] = \begin{bmatrix} X[0] \\ X[1] \\ \vdots \\ X[N-1] \end{bmatrix}$$

$$w = exp(-j\frac{2\pi}{N})$$

❖ 이산 푸리에 변환 (Discrete Fourier Transform, DFT)

- 푸리에 변환은 시간에 대한 함수(신호)를 주파수 성분으로 분해하는 변환
- 신호벡터에 어떤 연산을 통해 주파수 성분을 유도한 것

$$X[1] = x[0]w^0 + x[1]w^1 + x[2]w^2 + \cdots + x[N-1]w^{N-1}$$

$$\downarrow$$

i번째 주파수 성분 $X[i]$

$$X[i] = x[0]w^0 + x[1]w^{i\times 1} + x[2]w^{i\times 2} + \cdots + x[N-1]w^{i\times N-1}$$

주파수

$$X[k] = \begin{bmatrix} X[0] \\ X[1] \\ \vdots \\ X[N-1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w^{0\times 0} & w^{0\times 1} & w^{0\times 2} & \cdots & w^{0\times N-1} \\ w^{1\times 0} & w^{1\times 1} & w^{1\times 2} & \cdots & w^{1\times N-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w^{N-1\times 0} & w^{N-1\times 1} & w^{(N-1)\times 2} & \cdots & w^{(N-1)\times(N-1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x[0] \\ x[1] \\ \vdots \\ x[N-1] \end{bmatrix}$$

주파수 | 푸리에 행렬 | 신호

푸리에 변환 (Fourier Transform)

신호 = 벡터　　　　이산 푸리에 변환　　　　주파수 = 벡터

$$x[n] = \begin{bmatrix} x[0] \\ x[1] \\ \vdots \\ x[N-1] \end{bmatrix} \qquad X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]exp(-j\frac{2\pi}{N}nk) \qquad X[k] = \begin{bmatrix} X[0] \\ X[1] \\ \vdots \\ X[N-1] \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{w = exp(-j\frac{2\pi}{N})}$$

❖ 이산 푸리에 변환 (Discrete Fourier Transform, DFT)

- 행렬 곱은 내적 (linear product) 으로 해석할 수 있음
- 내적의 의미는 닮음으로 여러 종류의 원소들이 서로 얼마나 닮았는지를 의미한다 (예: 공분산 행렬)
- 푸리에 행렬의 '행'과 신호 벡터가 얼마나 닮았는지 확인하여 주파수를 얻을 수 있음

$$\begin{array}{c} \text{주파수} \\ X[k] \end{array} = \begin{bmatrix} X[0] \\ X[1] \\ \vdots \\ X[N-1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w^{0\times0} & w^{0\times1} & w^{0\times2} & \cdots & w^{0\times N-1} \\ w^{1\times0} & w^{1\times1} & w^{1\times2} & \cdots & w^{1\times N-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w^{N-1\times0} & w^{N-1\times1} & w^{(N-1)\times2} & \cdots & w^{(N-1)\times(N-1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x[0] \\ x[1] \\ \vdots \\ x[N-1] \end{bmatrix}$$

주파수　　　　푸리에 행렬　　　　신호

푸리에 변환 (Fourier Transform)

$$\begin{bmatrix} w^{0\times0} & w^{0\times1} & w^{0\times2} & \cdots & w^{0\times N-1} \\ w^{1\times0} & w^{1\times1} & w^{1\times2} & \cdots & w^{1\times N-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w^{N-1\times0} & w^{N-1\times1} & w^{(N-1)\times2} & \cdots & w^{(N-1)\times(N-1)} \end{bmatrix}$$

푸리에 행렬

$$\theta = \omega\, t$$

(각도 = 각속도 X 회전시간)

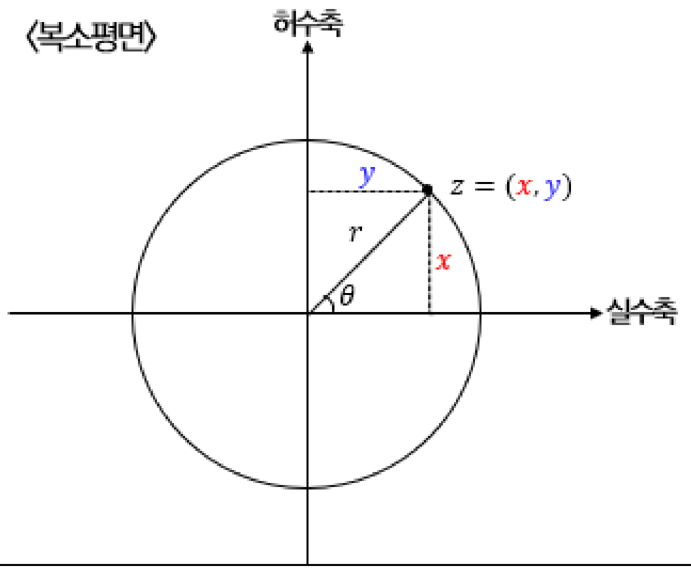
$$\omega = radian/sec$$

Radian = 원의 반지름 r과 같은 크기의 호가 만들어지는 각도
(1radian은 대략 57.2858도)

❖ 이산 푸리에 변환 (Discrete Fourier Transform, DFT)

- 푸리에 행렬의 '행'과 신호 벡터가 얼마나 닮았는지 확인하여 주파수를 얻을 수 있음
- 회전인자 (w)와 푸리에 행렬의 의미는?

Remind



복소수 = 실수 + j (허수)

$$z = x + jy$$

$$x = r\cos(\theta)$$
$$y = r\sin(\theta)$$

$$z = r\cos(\theta) + jr\sin(\theta)$$
$$z = r(\cos(\theta) + j\sin(\theta))$$

오일러 공식

$$e^{j\theta} = \cos(\theta) + j\sin(\theta)$$

$$z = re^{j\theta}$$

$$z = re^{j\theta}$$

z는 복소평면 위의 반지름이 r인 원에서
$\theta\, radian$만큼 회전한 호(arc)의 좌표를 의미

푸리에 변환 (Fourier Transform)

$$\begin{bmatrix} w^{0\times0} & w^{0\times1} & w^{0\times2} & w^{0\times3} & w^{0\times4} & w^{0\times5} & w^{0\times6} & w^{0\times7} \\ w^{1\times0} & w^{1\times1} & w^{1\times2} & w^{1\times3} & w^{1\times4} & w^{1\times5} & w^{1\times6} & w^{1\times7} \\ w^{2\times0} & w^{2\times1} & w^{2\times2} & w^{2\times3} & w^{2\times4} & w^{2\times5} & w^{2\times6} & w^{2\times7} \\ w^{3\times0} & w^{3\times1} & w^{3\times2} & w^{3\times3} & w^{3\times4} & w^{3\times5} & w^{3\times6} & w^{3\times7} \\ w^{4\times0} & w^{4\times1} & w^{4\times2} & w^{4\times3} & w^{4\times4} & w^{4\times5} & w^{4\times6} & w^{4\times7} \\ w^{5\times0} & w^{5\times1} & w^{5\times2} & w^{5\times3} & w^{5\times4} & w^{5\times5} & w^{5\times6} & w^{5\times7} \\ w^{6\times0} & w^{6\times1} & w^{6\times2} & w^{6\times3} & w^{6\times4} & w^{6\times5} & w^{6\times6} & w^{6\times7} \\ w^{7\times0} & w^{7\times1} & w^{7\times2} & w^{7\times3} & w^{7\times4} & w^{7\times5} & w^{7\times6} & w^{7\times7} \end{bmatrix}$$

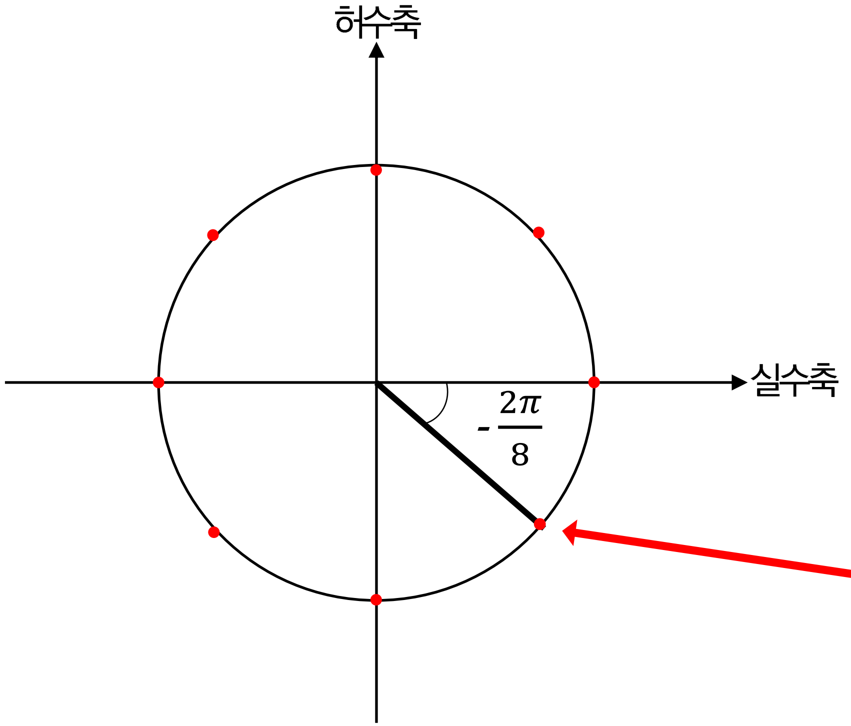
❖ 이산 푸리에 변환 (Discrete Fourier Transform, DFT)

- 푸리에 행렬의 '행'과 신호 벡터가 얼마나 닮았는지 확인하여 주파수를 얻을 수 있음
- 회전인자 ($\boldsymbol{w}$)와 푸리에 행렬의 의미는?

$$z = re^{j\theta}$$

z는 복소평면 위의 반지름이 r인 원에서
θ $radian$만큼 회전한 호(arc)의 좌표를 의미

2π radian = 원
(2 * 3.14 * 57.28 = 359.71≈360)



$$\boldsymbol{w = exp(-j\frac{2\pi}{N})}$$

복소평면 위의 반지름이 1인 원에서
$-\frac{2\pi}{N}$ $radian$만큼 회전한 호(arc)의 좌표를 의미

(반지름이 1인 단위원의 1/n 조각)

예: N=8인 경우
$\boldsymbol{w = exp(-j\frac{2\pi}{8})}$의 위치

푸리에 변환 (Fourier Transform)

$w = exp(-j\frac{2\pi}{N})$

복소평면 위의 반지름이 1인 원에서

$-\frac{2\pi}{N}$ *radian*만큼 회전한 호(arc)의 좌표를 의미

예: N=8인 경우

$w = exp(-j\frac{2\pi}{8})$의 위치

❖ 이산 푸리에 변환 (Discrete Fourier Transform, DFT)

- 푸리에 행렬의 '행'과 신호 벡터가 얼마나 닮았는지 확인하여 주파수를 얻을 수 있음
- 회전인자 (w)와 푸리에 행렬의 의미는?

주파수 = 푸리에 행렬 · 신호

$$\begin{bmatrix} X[0] \\ X[1] \\ X[2] \\ X[3] \\ X[4] \\ X[5] \\ X[6] \\ X[7] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w^{0\times0} & w^{0\times1} & w^{0\times2} & w^{0\times3} & w^{0\times4} & w^{0\times5} & w^{0\times6} & w^{0\times7} \\ w^{1\times0} & w^{1\times1} & w^{1\times2} & w^{1\times3} & w^{1\times4} & w^{1\times5} & w^{1\times6} & w^{1\times7} \\ w^{2\times0} & w^{2\times1} & w^{2\times2} & w^{2\times3} & w^{2\times4} & w^{2\times5} & w^{2\times6} & w^{2\times7} \\ w^{3\times0} & w^{3\times1} & w^{3\times2} & w^{3\times3} & w^{3\times4} & w^{3\times5} & w^{3\times6} & w^{3\times7} \\ w^{4\times0} & w^{4\times1} & w^{4\times2} & w^{4\times3} & w^{4\times4} & w^{4\times5} & w^{4\times6} & w^{4\times7} \\ w^{5\times0} & w^{5\times1} & w^{5\times2} & w^{5\times3} & w^{5\times4} & w^{5\times5} & w^{5\times6} & w^{5\times7} \\ w^{6\times0} & w^{6\times1} & w^{6\times2} & w^{6\times3} & w^{6\times4} & w^{6\times5} & w^{6\times6} & w^{6\times7} \\ w^{7\times0} & w^{7\times1} & w^{7\times2} & w^{7\times3} & w^{7\times4} & w^{7\times5} & w^{7\times6} & w^{7\times7} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x[0] \\ x[1] \\ x[2] \\ x[3] \\ x[4] \\ x[5] \\ x[6] \\ x[7] \end{bmatrix}$$

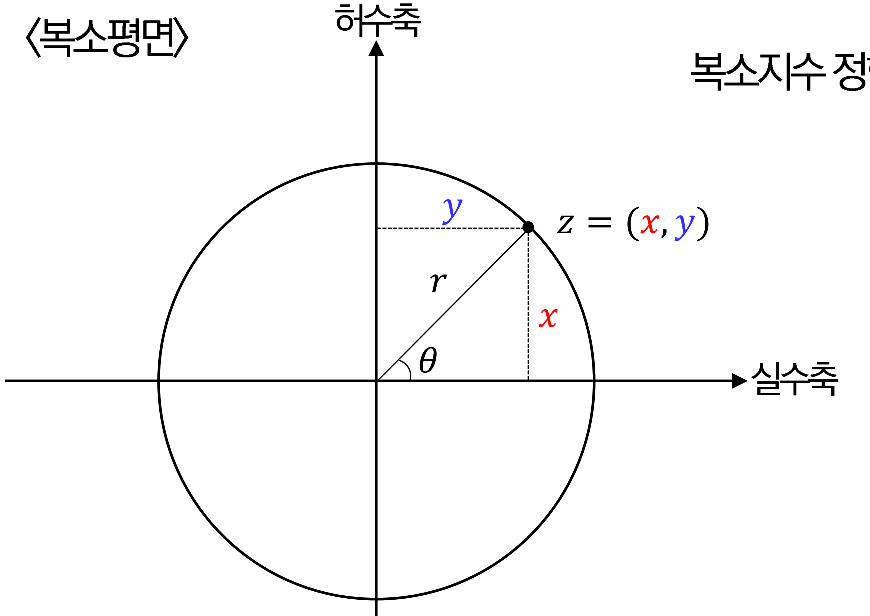
Remind

$$x(t) = A\cos(2\pi f_0 t + \emptyset) = A\cos(w_0 t + \emptyset)$$

❖ 정현파 신호의 복소지수 표현

- 복소지수 (complex exponential) 는 지수가 복소수일 때의 수를 말함
- 복소지수함수는 오일러 공식 (Euler's formula) 을 활용하면 사인함수와 코사인함수로 표현할 수 있음
- 복소지수 형태의 신호 표현은 신호의 주파수 분석에 매우 유용!

〈복소평면〉



복소지수 정현파의 실수부와 허수부는 각각 코사인 정현파 신호와 사인 정현파 신호이다!

$$z(t) = Ae^{j(wt+\emptyset)}$$

$$z(t) = A\cos(2\pi ft + \emptyset) + jA\sin(2\pi ft + \emptyset)$$

$$Real\{Ae^{j(wt+\emptyset)}\} = A\cos(2\pi ft + \emptyset)$$

$$Imaginary\{Ae^{j(wt+\emptyset)}\} = A\sin(2\pi ft + \emptyset)$$

복소지수 정현파의 실수부와 허수부는

각각

코사인 정현파 신호와 사인 정현파 신호이다!

복소지수 형태의 정현파 신호는 사인파와 코사인파로 표현할 수 있다

푸리에 변환 (Fourier Transform)

❖ 이산 푸리에 변환 (Discrete Fourier Transform, DFT)

- 회전인자 (w) 와 푸리에 행렬의 의미는?

$$\begin{bmatrix} w^{0\times0} & w^{0\times1} & w^{0\times2} & w^{0\times3} & w^{0\times4} & w^{0\times5} & w^{0\times6} & w^{0\times7} \\ w^{1\times0} & w^{1\times1} & w^{1\times2} & w^{1\times3} & w^{1\times4} & w^{1\times5} & w^{1\times6} & w^{1\times7} \\ w^{2\times0} & w^{2\times1} & w^{2\times2} & w^{2\times3} & w^{2\times4} & w^{2\times5} & w^{2\times6} & w^{2\times7} \\ w^{3\times0} & w^{3\times1} & w^{3\times2} & w^{3\times3} & w^{3\times4} & w^{3\times5} & w^{3\times6} & w^{3\times7} \\ w^{4\times0} & w^{4\times1} & w^{4\times2} & w^{4\times3} & w^{4\times4} & w^{4\times5} & w^{4\times6} & w^{4\times7} \\ w^{5\times0} & w^{5\times1} & w^{5\times2} & w^{5\times3} & w^{5\times4} & w^{5\times5} & w^{5\times6} & w^{5\times7} \\ w^{6\times0} & w^{6\times1} & w^{6\times2} & w^{6\times3} & w^{6\times4} & w^{6\times5} & w^{6\times6} & w^{6\times7} \\ w^{7\times0} & w^{7\times1} & w^{7\times2} & w^{7\times3} & w^{7\times4} & w^{7\times5} & w^{7\times6} & w^{7\times7} \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{w = exp(-j\frac{2\pi}{8})}$$

$$z(t) = Ae^{j(wt+\emptyset)}$$

$$z(t) = Acos(2\pi ft + \emptyset) + jAsin(2\pi ft + \emptyset)$$

복소지수 정현파의 실수부와 허수부는

$\downarrow$

$$Real\{Ae^{j(wt+\emptyset)}\} = Acos(2\pi ft + \emptyset)$$

$$Imaginary\{Ae^{j(wt+\emptyset)}\} = Asin(2\pi ft + \emptyset)$$

각각 코사인 정현파 신호와 사인 정현파 신호이다!

푸리에 행렬

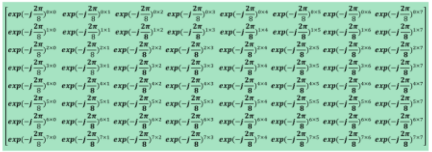
$$\begin{bmatrix} exp(-j\frac{2\pi}{8})^{0\times0} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{0\times1} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{0\times2} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{0\times3} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{0\times4} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{0\times5} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{0\times6} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{0\times7} \\ exp(-j\frac{2\pi}{8})^{1\times0} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{1\times1} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{1\times2} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{1\times3} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{1\times4} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{1\times5} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{1\times6} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{1\times7} \\ exp(-j\frac{2\pi}{8})^{2\times0} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{2\times1} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{2\times2} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{2\times3} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{2\times4} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{2\times5} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{2\times6} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{2\times7} \\ exp(-j\frac{2\pi}{8})^{3\times0} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{3\times1} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{3\times2} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{3\times3} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{3\times4} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{3\times5} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{3\times6} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{3\times7} \\ exp(-j\frac{2\pi}{8})^{4\times0} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{4\times1} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{4\times2} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{4\times3} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{4\times4} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{4\times5} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{4\times6} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{4\times7} \\ exp(-j\frac{2\pi}{8})^{5\times0} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{5\times1} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{5\times2} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{5\times3} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{5\times4} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{5\times5} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{5\times6} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{5\times7} \\ exp(-j\frac{2\pi}{8})^{6\times0} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{6\times1} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{6\times2} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{6\times3} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{6\times4} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{6\times5} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{6\times6} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{6\times7} \\ exp(-j\frac{2\pi}{8})^{7\times0} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{7\times1} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{7\times2} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{7\times3} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{7\times4} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{7\times5} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{7\times6} & exp(-j\frac{2\pi}{8})^{7\times7} \end{bmatrix}$$

실수부(*Real*) 허수부(*Imaginay*)

= [cosine] + j[sine]

푸리에 변환 (Fourier Transform)

푸리에 행렬



= $[\text{cosine}] + j[\text{sine}]$

실수부$(Real)$ 허수부$(Imaginay)$

❖ 이산 푸리에 변환 (Discrete Fourier Transform, DFT)

- 회전인자 $(\boldsymbol{w})$ 와 푸리에 행렬의 의미는?
- 푸리에 행렬 내의 값들은 모두 복소지수 정현파이고 실수부와 허수부는 각각 cosine, sine 함수로 구성되어 있음

실수부$(Real)$

$[\text{cosine}]$

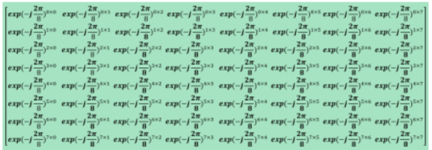
허수부$(Imaginay)$

$j[\text{sine}]$

$$
\begin{bmatrix}
\cos(-\frac{2\pi}{8}*0) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*0) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*0) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*0) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*0) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*0) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*0) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*0) \\
\cos(-\frac{2\pi}{8}*0) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*1) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*2) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*3) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*4) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*5) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*6) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*7) \\
\cos(-\frac{2\pi}{8}*0) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*2) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*4) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*6) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*8) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*10) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*12) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*14) \\
\cos(-\frac{2\pi}{8}*0) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*3) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*6) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*9) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*12) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*15) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*18) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*21) \\
\cos(-\frac{2\pi}{8}*0) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*4) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*8) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*12) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*16) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*20) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*24) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*28) \\
\cos(-\frac{2\pi}{8}*0) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*5) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*10) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*15) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*20) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*25) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*30) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*35) \\
\cos(-\frac{2\pi}{8}*0) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*6) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*12) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*18) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*24) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*30) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*36) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*42) \\
\cos(-\frac{2\pi}{8}*0) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*7) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*14) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*21) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*28) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*35) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*42) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*49)
\end{bmatrix}
+
\begin{bmatrix}
jsin(-\frac{2\pi}{8}*0) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*0) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*0) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*0) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*0) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*0) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*0) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*0) \\
jsin(-\frac{2\pi}{8}*0) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*1) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*2) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*3) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*4) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*5) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*6) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*7) \\
jsin(-\frac{2\pi}{8}*0) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*2) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*4) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*6) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*8) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*10) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*12) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*14) \\
jsin(-\frac{2\pi}{8}*0) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*3) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*6) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*9) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*12) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*15) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*18) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*21) \\
jsin(-\frac{2\pi}{8}*0) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*4) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*8) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*12) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*16) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*20) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*24) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*30) \\
jsin(-\frac{2\pi}{8}*0) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*5) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*10) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*15) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*20) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*25) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*30) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*36) \\
jsin(-\frac{2\pi}{8}*0) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*6) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*12) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*18) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*24) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*30) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*36) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*42) \\
jsin(-\frac{2\pi}{8}*0) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*7) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*14) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*21) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*28) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*40) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*42) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*49)
\end{bmatrix}
$$

푸리에 변환 (Fourier Transform)

푸리에 행렬



실수부(*Real*) 허수부(*Imaginay*)

= [cosine] + j[sine]

$$x(t) = A\cos(2\pi f_0 t + \emptyset) = A\cos(w_0 t + \emptyset)$$

❖ 이산 푸리에 변환 (Discrete Fourier Transform, DFT)

- 회전인자 (***w***) 와 푸리에 행렬의 의미는?
- 푸리에 행렬 내의 값들은 모두 복소지수 정현파이고 실수부와 허수부는 각각 cosine, sine 함수로 구성되어 있음

실수부(*Real*)

[cosine]

$$\begin{bmatrix}
\cos(-\frac{2\pi}{8}*0) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*0) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*0) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*0) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*0) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*0) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*0) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*0) \\
\cos(-\frac{2\pi}{8}*0) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*1) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*2) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*3) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*4) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*5) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*6) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*7) \\
\cos(-\frac{2\pi}{8}*0) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*2) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*4) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*6) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*8) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*10) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*12) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*14) \\
\cos(-\frac{2\pi}{8}*0) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*3) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*6) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*9) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*12) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*15) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*18) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*21) \\
\cos(-\frac{2\pi}{8}*0) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*4) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*8) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*12) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*16) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*20) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*24) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*28) \\
\cos(-\frac{2\pi}{8}*0) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*5) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*10) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*15) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*20) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*25) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*30) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*35) \\
\cos(-\frac{2\pi}{8}*0) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*6) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*12) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*18) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*24) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*30) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*36) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*42) \\
\cos(-\frac{2\pi}{8}*0) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*7) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*14) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*21) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*28) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*35) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*42) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*49)
\end{bmatrix}$$

기본 주파수 (fundamental frequency)

느린 주파수

$0/8$

$1/8$

$2/8$

$3/8$

$4/8$

$5/8$

$6/8$

$7/8$

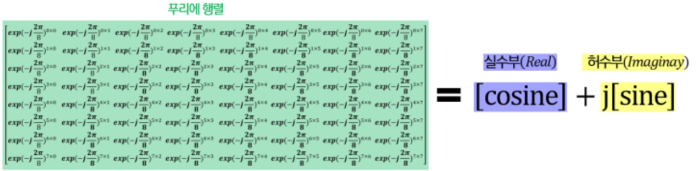
빠른 주파수

허수부(*Imaginay*)

j[sine]

$$\begin{bmatrix}
jsin(-\frac{2\pi}{8}*0) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*0) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*0) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*0) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*0) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*0) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*0) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*0) \\
jsin(-\frac{2\pi}{8}*0) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*1) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*2) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*3) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*4) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*5) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*6) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*7) \\
jsin(-\frac{2\pi}{8}*0) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*2) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*4) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*6) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*8) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*10) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*12) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*14) \\
jsin(-\frac{2\pi}{8}*0) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*3) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*6) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*9) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*12) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*15) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*18) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*21) \\
jsin(-\frac{2\pi}{8}*0) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*4) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*8) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*12) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*16) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*20) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*24) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*30) \\
jsin(-\frac{2\pi}{8}*0) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*5) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*10) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*15) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*20) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*25) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*30) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*36) \\
jsin(-\frac{2\pi}{8}*0) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*6) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*12) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*18) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*24) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*30) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*36) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*42) \\
jsin(-\frac{2\pi}{8}*0) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*7) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*14) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*21) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*28) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*40) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*42) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*49)
\end{bmatrix}$$

푸리에 변환 (Fourier Transform)



$$\begin{array}{c}\text{주파수}\\ \begin{bmatrix}X[0]\\X[1]\\X[2]\\X[3]\\X[4]\\X[5]\\X[6]\\X[7]\end{bmatrix}\end{array} = \begin{array}{c}\text{푸리에 행렬}\\ \begin{bmatrix}w^{0\times0}&w^{0\times1}&w^{0\times2}&w^{0\times3}&w^{0\times4}&w^{0\times5}&w^{0\times6}&w^{0\times7}\\w^{1\times0}&w^{1\times1}&w^{1\times2}&w^{1\times3}&w^{1\times4}&w^{1\times5}&w^{1\times6}&w^{1\times7}\\w^{2\times0}&w^{2\times1}&w^{2\times2}&w^{2\times3}&w^{2\times4}&w^{2\times5}&w^{2\times6}&w^{2\times7}\\w^{3\times0}&w^{3\times1}&w^{3\times2}&w^{3\times3}&w^{3\times4}&w^{3\times5}&w^{3\times6}&w^{3\times7}\\w^{4\times0}&w^{4\times1}&w^{4\times2}&w^{4\times3}&w^{4\times4}&w^{4\times5}&w^{4\times6}&w^{4\times7}\\w^{5\times0}&w^{5\times1}&w^{5\times2}&w^{5\times3}&w^{5\times4}&w^{5\times5}&w^{5\times6}&w^{5\times7}\\w^{6\times0}&w^{6\times1}&w^{6\times2}&w^{6\times3}&w^{6\times4}&w^{6\times5}&w^{6\times6}&w^{6\times7}\\w^{7\times0}&w^{7\times1}&w^{7\times2}&w^{7\times3}&w^{7\times4}&w^{7\times5}&w^{7\times6}&w^{7\times7}\end{bmatrix}\end{array} \begin{array}{c}\text{신호}\\ \begin{bmatrix}x[0]\\x[1]\\x[2]\\x[3]\\x[4]\\x[5]\\x[6]\\x[7]\end{bmatrix}\end{array}$$

❖ 이산 푸리에 변환 (Discrete Fourier Transform, DFT)

- 회전인자 ($\boldsymbol{w}$) 와 푸리에 행렬의 의미는?
- 푸리에 행렬 내의 값들은 모두 복소지수 정현파이고 실수부와 허수부는 각각 cosine, sine 함수로 구성되어 있음
- 신호가 기본 주파수 정보를 얼마나 가지고 있는지 계산하기 위해 푸리에 행렬을 사용

실수부(*Real*)

[cosine]

$$\begin{bmatrix}
\cos(-\frac{2\pi}{8}*0) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*0) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*0) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*0) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*0) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*0) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*0) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*0)\\
\cos(-\frac{2\pi}{8}*0) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*1) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*2) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*3) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*4) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*5) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*6) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*7)\\
\cos(-\frac{2\pi}{8}*0) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*2) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*4) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*6) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*8) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*10) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*12) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*14)\\
\cos(-\frac{2\pi}{8}*0) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*3) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*6) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*9) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*12) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*15) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*18) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*21)\\
\cos(-\frac{2\pi}{8}*0) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*4) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*8) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*12) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*16) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*20) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*24) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*28)\\
\cos(-\frac{2\pi}{8}*0) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*5) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*10) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*15) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*20) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*25) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*30) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*35)\\
\cos(-\frac{2\pi}{8}*0) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*6) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*12) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*18) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*24) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*30) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*36) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*42)\\
\cos(-\frac{2\pi}{8}*0) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*7) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*14) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*21) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*28) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*35) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*42) & \cos(-\frac{2\pi}{8}*49)
\end{bmatrix}$$

기본 주파수 (fundamental frequency)

느린 주파수

$0/8$, $1/8$, $2/8$, $3/8$, $4/8$, $5/8$, $6/8$, $7/8$

빠른 주파수

허수부(*Imaginay*)

j[sine]

$$\begin{bmatrix}
jsin(-\frac{2\pi}{8}*0) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*0) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*0) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*0) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*0) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*0) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*0) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*0)\\
jsin(-\frac{2\pi}{8}*0) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*1) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*2) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*3) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*4) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*5) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*6) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*7)\\
jsin(-\frac{2\pi}{8}*0) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*2) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*4) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*6) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*8) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*10) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*12) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*14)\\
jsin(-\frac{2\pi}{8}*0) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*3) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*6) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*9) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*12) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*15) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*18) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*21)\\
jsin(-\frac{2\pi}{8}*0) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*4) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*8) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*12) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*16) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*20) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*24) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*30)\\
jsin(-\frac{2\pi}{8}*0) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*5) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*10) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*15) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*20) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*25) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*30) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*36)\\
jsin(-\frac{2\pi}{8}*0) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*6) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*12) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*18) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*24) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*30) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*36) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*42)\\
jsin(-\frac{2\pi}{8}*0) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*7) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*14) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*21) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*28) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*40) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*42) & jsin(-\frac{2\pi}{8}*49)
\end{bmatrix}$$

푸리에 변환 (Fourier Transform)

❖ 이산 푸리에 변환 (Discrete Fourier Transform, DFT)

- 푸리에 행렬의 회전인자 ($\boldsymbol{w}$)는 복소평면에서 원을 N등분한 점의 좌표
- 회전인자 ($\boldsymbol{w}$)는 복소지수 정현파로 표현할 수 있고 복소지수 정현파는 실수부와 허수부로 이루어짐
- 실수부는 cosine , 허수부는 sine 으로 표현할 수 있고 각 행은 기본 주파수 (fundamental frequency) 정보를 가지고 있음

주파수 (frequency) | 푸리에 행렬 | 신호 | 기본 주파수 (fundamental frequency): 실수부, 허수부 | 신호

$$\begin{bmatrix} X[0] \\ X[1] \\ X[2] \\ X[3] \\ X[4] \\ X[5] \\ X[6] \\ X[7] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w^{0\times0} & w^{0\times1} & w^{0\times2} & w^{0\times3} & w^{0\times4} & w^{0\times5} & w^{0\times6} & w^{0\times7} \\ w^{1\times0} & w^{1\times1} & w^{1\times2} & w^{1\times3} & w^{1\times4} & w^{1\times5} & w^{1\times6} & w^{1\times7} \\ w^{2\times0} & w^{2\times1} & w^{2\times2} & w^{2\times3} & w^{2\times4} & w^{2\times5} & w^{2\times6} & w^{2\times7} \\ w^{3\times0} & w^{3\times1} & w^{3\times2} & w^{3\times3} & w^{3\times4} & w^{3\times5} & w^{3\times6} & w^{3\times7} \\ w^{4\times0} & w^{4\times1} & w^{4\times2} & w^{4\times3} & w^{4\times4} & w^{4\times5} & w^{4\times6} & w^{4\times7} \\ w^{5\times0} & w^{5\times1} & w^{5\times2} & w^{5\times3} & w^{5\times4} & w^{5\times5} & w^{5\times6} & w^{5\times7} \\ w^{6\times0} & w^{6\times1} & w^{6\times2} & w^{6\times3} & w^{6\times4} & w^{6\times5} & w^{6\times6} & w^{6\times7} \\ w^{7\times0} & w^{7\times1} & w^{7\times2} & w^{7\times3} & w^{7\times4} & w^{7\times5} & w^{7\times6} & w^{7\times7} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x[0] \\ x[1] \\ x[2] \\ x[3] \\ x[4] \\ x[5] \\ x[6] \\ x[7] \end{bmatrix} = \left[\begin{bmatrix} \text{cosine} \\ \text{cosine} \\ \text{cosine} \\ \text{cosine} \\ \text{cosine} \\ \text{cosine} \\ \text{cosine} \\ \text{cosine} \end{bmatrix} + \mathrm{j} \begin{bmatrix} \text{sine} \\ \text{sine} \\ \text{sine} \\ \text{sine} \\ \text{sine} \\ \text{sine} \\ \text{sine} \\ \text{sine} \end{bmatrix} \right] \begin{bmatrix} x[0] \\ x[1] \\ x[2] \\ x[3] \\ x[4] \\ x[5] \\ x[6] \\ x[7] \end{bmatrix}$$

푸리에 변환 (Fourier Transform)

❖ 이산 푸리에 변환 (Discrete Fourier Transform, DFT)

주파수는 푸리에 행렬의 행과 신호가 닮은 정도

기본 주파수 (fundamental frequency)

주파수 (frequency)		푸리에 행렬	신호		실수부		허수부	신호

기본 주파수 (fundamental frequency)

$$\begin{bmatrix} X[0] \\ X[1] \\ X[2] \\ X[3] \\ X[4] \\ X[5] \\ X[6] \\ X[7] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w^{0\times0} & w^{0\times1} & w^{0\times2} & w^{0\times3} & w^{0\times4} & w^{0\times5} & w^{0\times6} & w^{0\times7} \\ w^{1\times0} & w^{1\times1} & w^{1\times2} & w^{1\times3} & w^{1\times4} & w^{1\times5} & w^{1\times6} & w^{1\times7} \\ w^{2\times0} & w^{2\times1} & w^{2\times2} & w^{2\times3} & w^{2\times4} & w^{2\times5} & w^{2\times6} & w^{2\times7} \\ w^{3\times0} & w^{3\times1} & w^{3\times2} & w^{3\times3} & w^{3\times4} & w^{3\times5} & w^{3\times6} & w^{3\times7} \\ w^{4\times0} & w^{4\times1} & w^{4\times2} & w^{4\times3} & w^{4\times4} & w^{4\times5} & w^{4\times6} & w^{4\times7} \\ w^{5\times0} & w^{5\times1} & w^{5\times2} & w^{5\times3} & w^{5\times4} & w^{5\times5} & w^{5\times6} & w^{5\times7} \\ w^{6\times0} & w^{6\times1} & w^{6\times2} & w^{6\times3} & w^{6\times4} & w^{6\times5} & w^{6\times6} & w^{6\times7} \\ w^{7\times0} & w^{7\times1} & w^{7\times2} & w^{7\times3} & w^{7\times4} & w^{7\times5} & w^{7\times6} & w^{7\times7} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x[0] \\ x[1] \\ x[2] \\ x[3] \\ x[4] \\ x[5] \\ x[6] \\ x[7] \end{bmatrix} = \left[\begin{bmatrix} \text{cosine} \\ \text{cosine} \\ \text{cosine} \\ \text{cosine} \\ \text{cosine} \\ \text{cosine} \\ \text{cosine} \\ \text{cosine} \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} \text{sine} \\ \text{sine} \\ \text{sine} \\ \text{sine} \\ \text{sine} \\ \text{sine} \\ \text{sine} \\ \text{sine} \end{bmatrix}\right] \begin{bmatrix} x[0] \\ x[1] \\ x[2] \\ x[3] \\ x[4] \\ x[5] \\ x[6] \\ x[7] \end{bmatrix}$$

푸리에 변환 (Fourier Transform)

$$\underset{\text{주파수}}{\begin{bmatrix} X[0] \\ X[1] \\ X[2] \\ X[3] \\ X[4] \\ X[5] \\ X[6] \\ X[7] \end{bmatrix}} = \underset{\text{푸리에 행렬}}{\begin{bmatrix} w^{0\times0} & w^{0\times1} & w^{0\times2} & w^{0\times3} & w^{0\times4} & w^{0\times5} & w^{0\times6} & w^{0\times7} \\ w^{1\times0} & w^{1\times1} & w^{1\times2} & w^{1\times3} & w^{1\times4} & w^{1\times5} & w^{1\times6} & w^{1\times7} \\ w^{2\times0} & w^{2\times1} & w^{2\times2} & w^{2\times3} & w^{2\times4} & w^{2\times5} & w^{2\times6} & w^{2\times7} \\ w^{3\times0} & w^{3\times1} & w^{3\times2} & w^{3\times3} & w^{3\times4} & w^{3\times5} & w^{3\times6} & w^{3\times7} \\ w^{4\times0} & w^{4\times1} & w^{4\times2} & w^{4\times3} & w^{4\times4} & w^{4\times5} & w^{4\times6} & w^{4\times7} \\ w^{5\times0} & w^{5\times1} & w^{5\times2} & w^{5\times3} & w^{5\times4} & w^{5\times5} & w^{5\times6} & w^{5\times7} \\ w^{6\times0} & w^{6\times1} & w^{6\times2} & w^{6\times3} & w^{6\times4} & w^{6\times5} & w^{6\times6} & w^{6\times7} \\ w^{7\times0} & w^{7\times1} & w^{7\times2} & w^{7\times3} & w^{7\times4} & w^{7\times5} & w^{7\times6} & w^{7\times7} \end{bmatrix}} \underset{\text{신호}}{\begin{bmatrix} x[0] \\ x[1] \\ x[2] \\ x[3] \\ x[4] \\ x[5] \\ x[6] \\ x[7] \end{bmatrix}}$$

❖ 고속 푸리에 변환 (Fast Fourier Transform, FFT)

- 이산 푸리에 변환 (Discrete Fourier Transform, DFT) 은 컴퓨터상에서 유일하게 수행될 수 있는 푸리에 변환
- 하지만 이산 푸리에 변환은 많은 연산량 $O(N^2)$ 이 필요

이산 푸리에 변환 (N=1인 경우)

$$\begin{bmatrix} w_{N=1}^0 \end{bmatrix}$$

계산량 = 1

이산 푸리에 변환 (N=2인 경우)

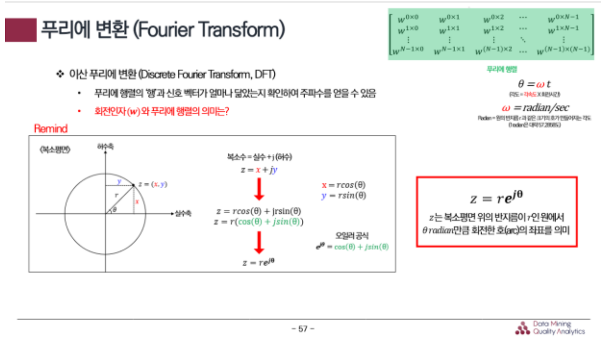
$$\begin{bmatrix} w_{N=2}^0 & w_{N=2}^0 \\ w_{N=2}^0 & w_{N=2}^1 \end{bmatrix}$$

계산량 = 4

이산 푸리에 변환 (N=4인 경우)

$$\begin{bmatrix} w_{N=4}^0 & w_{N=4}^0 & w_{N=4}^0 & w_{N=4}^0 \\ w_{N=4}^0 & w_{N=4}^1 & w_{N=4}^2 & w_{N=4}^3 \\ w_{N=4}^0 & w_{N=4}^2 & w_{N=4}^4 & w_{N=4}^6 \\ w_{N=4}^0 & w_{N=4}^3 & w_{N=4}^6 & w_{N=4}^9 \end{bmatrix}$$

계산량 = 16



푸리에 변환 (Fourier Transform)

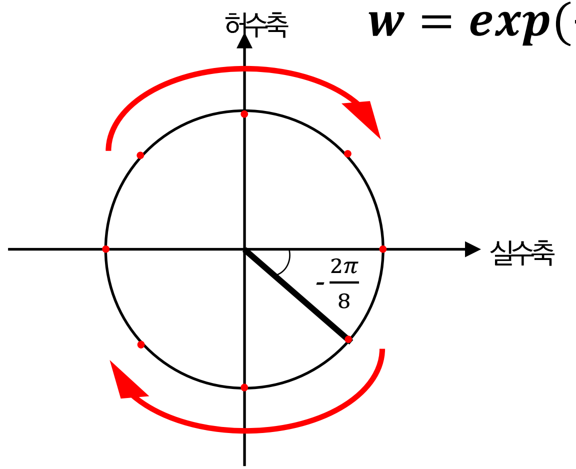
❖ 고속 푸리에 변환 (Fast Fourier Transform, FFT)

- 이산 푸리에 변환 (Discrete Fourier Transform, DFT) 은 컴퓨터상에서 유일하게 수행될 수 있는 푸리에 변환
- 하지만 이산 푸리에 변환은 많은 연산량 $O(N^2)$ 이 필요
- 이를 해결한 것이 고속 푸리에 변환

이산 푸리에 변환 (N=4인 경우)

$$\begin{bmatrix} w_{N=4}^{0} & w_{N=4}^{0} & w_{N=4}^{0} & w_{N=4}^{0} \\ w_{N=4}^{0} & w_{N=4}^{1} & w_{N=4}^{2} & w_{N=4}^{3} \\ w_{N=4}^{0} & w_{N=4}^{2} & w_{N=4}^{4} & w_{N=4}^{6} \\ w_{N=4}^{0} & w_{N=4}^{3} & w_{N=4}^{6} & w_{N=4}^{9} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{w = exp(-j\frac{2\pi}{N})}$$



1. 대칭성 (Symmetry)

2. 주기성 (Periodicity)

http://judis.me/wordpress/

푸리에 변환 (Fourier Transform)

(N=1인 푸리에 행렬) (N=2인 푸리에 행렬)

$$w_N^0 = 1 \qquad F_1 = [w_{N=1}^0] \qquad F_2 = \begin{bmatrix} w_{N=2}^0 & w_{N=2}^0 \\ w_{N=2}^0 & w_{N=2}^1 \end{bmatrix}$$

❖ 고속 푸리에 변환 (Fast Fourier Transform, FFT)

(대각행렬) (치환행렬)

$$D_N = \begin{bmatrix} w_{2N}^0 & & \\ & w_{2N}^1 & \\ & & w_{2N}^{n-1} \end{bmatrix} \qquad P_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

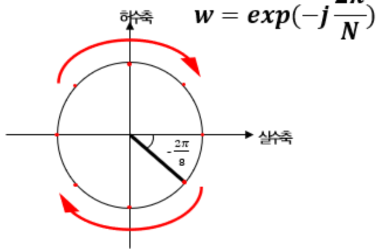
짝수 성분을 먼저 오게 하고
홀수 성분을 나중에 오도록

F_4(N=4인 푸리에 행렬)

$$F_4P_4 = \begin{bmatrix} w_{N=4}^0 & w_{N=4}^0 & w_{N=4}^0 & w_{N=4}^0 \\ w_{N=4}^0 & w_{N=4}^1 & w_{N=4}^2 & w_{N=4}^3 \\ w_{N=4}^0 & w_{N=4}^2 & w_{N=4}^4 & w_{N=4}^6 \\ w_{N=4}^0 & w_{N=4}^3 & w_{N=4}^6 & w_{N=4}^9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{N=4}^0 & w_{N=4}^0 & w_{N=4}^0 & w_{N=4}^0 \\ w_{N=4}^0 & w_{N=4}^2 & w_{N=4}^1 & w_{N=4}^3 \\ w_{N=4}^0 & w_{N=4}^4 & w_{N=4}^2 & w_{N=4}^6 \\ w_{N=4}^0 & w_{N=4}^6 & w_{N=4}^3 & w_{N=4}^9 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} w_{N=2}^0 & w_{N=2}^0 & w_{N=4}^0 w_{N=2}^0 & w_{N=4}^0 w_{N=2}^0 \\ w_{N=2}^0 & w_{N=2}^1 & w_{N=4}^1 w_{N=2}^0 & w_{N=4}^1 w_{N=2}^1 \\ w_{N=2}^0 & w_{N=2}^2 & w_{N=4}^0 w_{N=2}^1 & w_{N=4}^0 w_{N=2}^3 \\ w_{N=2}^0 & w_{N=2}^3 & w_{N=4}^1 w_{N=2}^1 & w_{N=4}^1 w_{N=2}^4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{N=2}^0 & w_{N=2}^0 & w_{N=4}^0 w_{N=2}^0 & w_{N=4}^0 w_{N=2}^0 \\ w_{N=2}^0 & w_{N=2}^1 & w_{N=4}^1 w_{N=2}^0 & w_{N=4}^1 w_{N=2}^1 \\ w_{N=2}^0 & w_{N=2}^0 & -w_{N=4}^0 w_{N=2}^0 & -w_{N=4}^0 w_{N=2}^0 \\ w_{N=2}^0 & w_{N=2}^1 & -w_{N=4}^1 w_{N=2}^0 & -w_{N=4}^1 w_{N=2}^1 \end{bmatrix}$$

네 조각으로 쪼갠 원을 두 번 도는 것과
두 조각으로 쪼갠 원을 한 번 도는 것은 같음



$$= \begin{bmatrix} F_2 & D_2F_2 \\ F_2 & -D_2F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_2 & D_2 \\ I_2 & -D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_2 & 0 \\ 0 & F_2 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{F_4 = \begin{bmatrix} I_2 & D_2 \\ I_2 & -D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_2 & 0 \\ 0 & F_2 \end{bmatrix} P_4^T}$$

푸리에 변환 (Fourier Transform)

(N=1인 푸리에 행렬) (N=2인 푸리에 행렬)

$$w_N^0 = 1 \qquad F_1 = [w_{N=1}^0] \qquad F_2 = \begin{bmatrix} w_{N=2}^0 & w_{N=2}^0 \\ w_{N=2}^0 & w_{N=2}^1 \end{bmatrix}$$

$$F_4 = \begin{bmatrix} I_2 & D_2 \\ I_2 & -D_2 \end{bmatrix} \boxed{\begin{bmatrix} F_2 & 0 \\ 0 & F_2 \end{bmatrix}} {P_4}^T$$

$$= \begin{bmatrix} I_2 & D_2 \\ I_2 & -D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 & D_1 \\ I_1 & -D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 & 0 \\ 0 & F_1 \end{bmatrix} P_2 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} I_1 & D_1 \\ I_1 & -D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 & 0 \\ 0 & F_1 \end{bmatrix} P_2 \end{bmatrix} {P_4}^T$$

$$= \begin{bmatrix} I_2 & D_2 \\ I_2 & -D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 & D_1 \\ I_1 & -D_1 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} I_1 & D_1 \\ I_1 & -D_1 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 & 0 \\ 0 & F_1 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} F_1 & 0 \\ 0 & F_1 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_2 & 0 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix} {P_4}^T$$

(대각행렬) (치환행렬)

$$D_N = \begin{bmatrix} w_{2N}^0 & & \\ & w_{2N}^1 & \\ & & w_{2N}^{n-1} \end{bmatrix} \qquad P_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

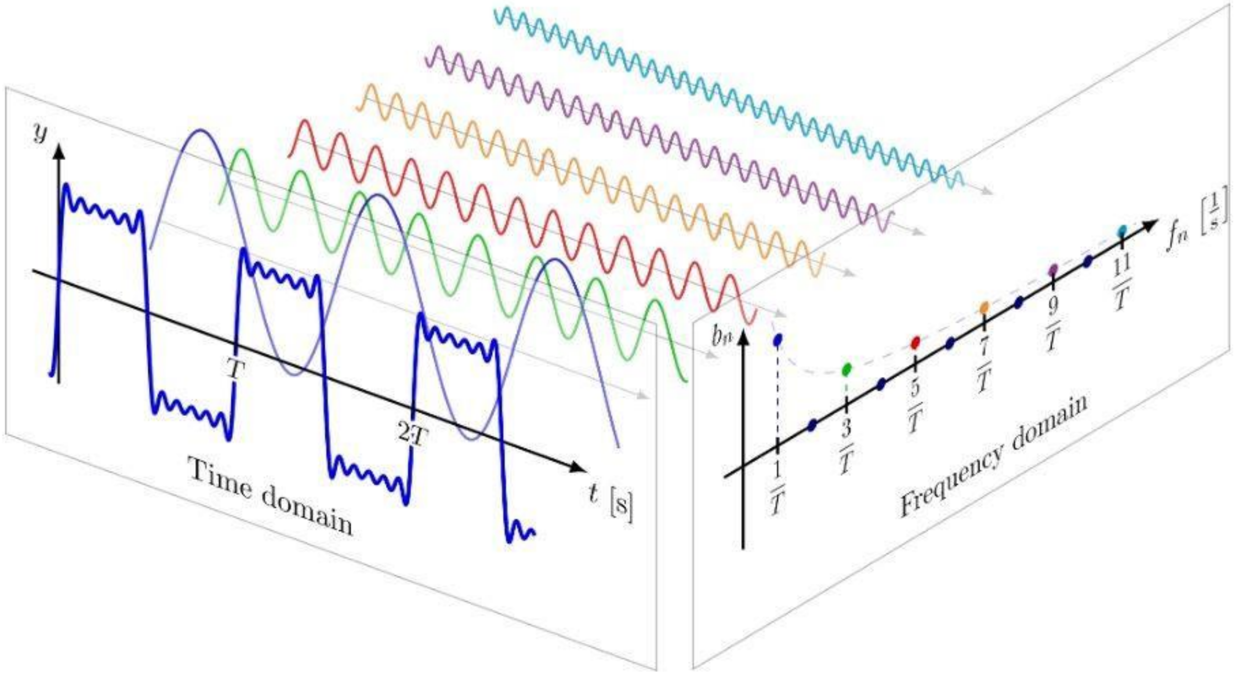
짝수 성분을 먼저 오게 하고
홀수 성분을 나중에 오도록

N	이산 푸리에 복잡도 = 2^N	고속 푸리에 복잡도 = $(\frac{N}{2})\log_2 N$	연산 감소비
4	16	4	4
8	64	12	5.3
16	256	32	8.0
32	1024	80	12.8

푸리에 변환 (Fourier Transform)

❖ 단시간 푸리에 변환 (Short Time Fourier Transform, STFT)

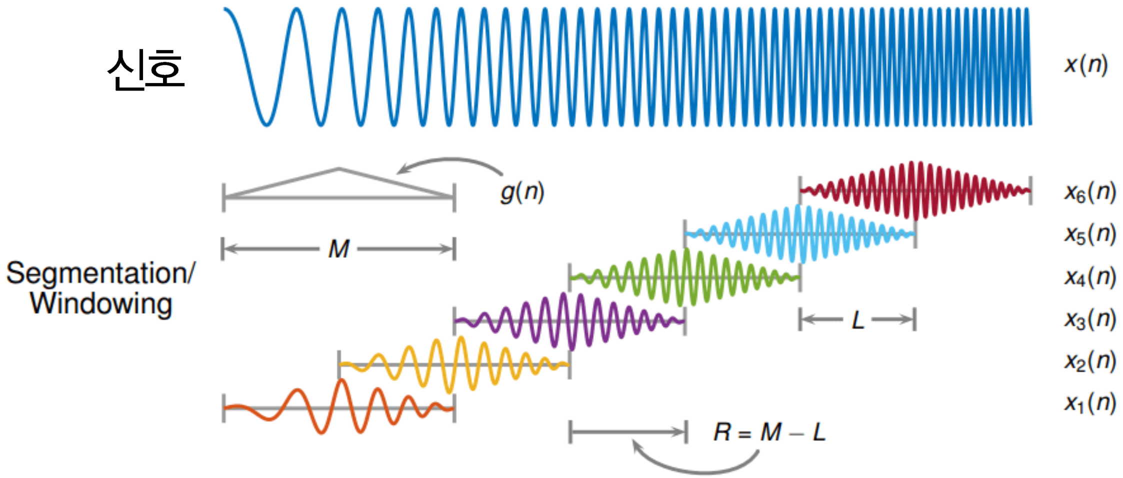
- 푸리에 변환을 적용하면 시간 정보가 사라짐
- 신호의 어떤 주파수 성분이 존재하는지는 알 수 있지만 주파수 성분이 어느 시점에 존재하는지는 알 수 없음



푸리에 변환 (Fourier Transform)

❖ 단시간 푸리에 변환 (Short Time Fourier Transform, STFT)

- 푸리에 변환을 적용하면 시간 정보가 사라짐
- 신호의 어떤 주파수 성분이 존재하는지는 알 수 있지만 주파수 성분이 어느 시점에 존재하는지는 알 수 없음
- 일정 시간 (window) 마다 이산 푸리에 변환 (Discrete Fourier Transform, DFT) 을 취해 시간 정보 획득

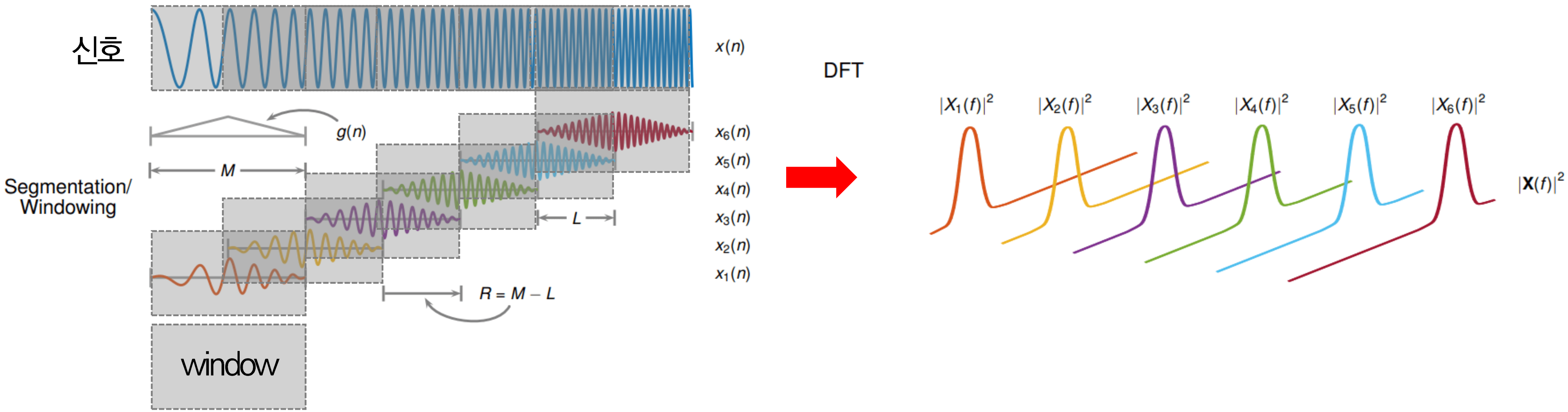


https://www.mathworks.com/help/signal/ref/stft.html

푸리에 변환 (Fourier Transform)

❖ 단시간 푸리에 변환 (Short Time Fourier Transform, STFT)

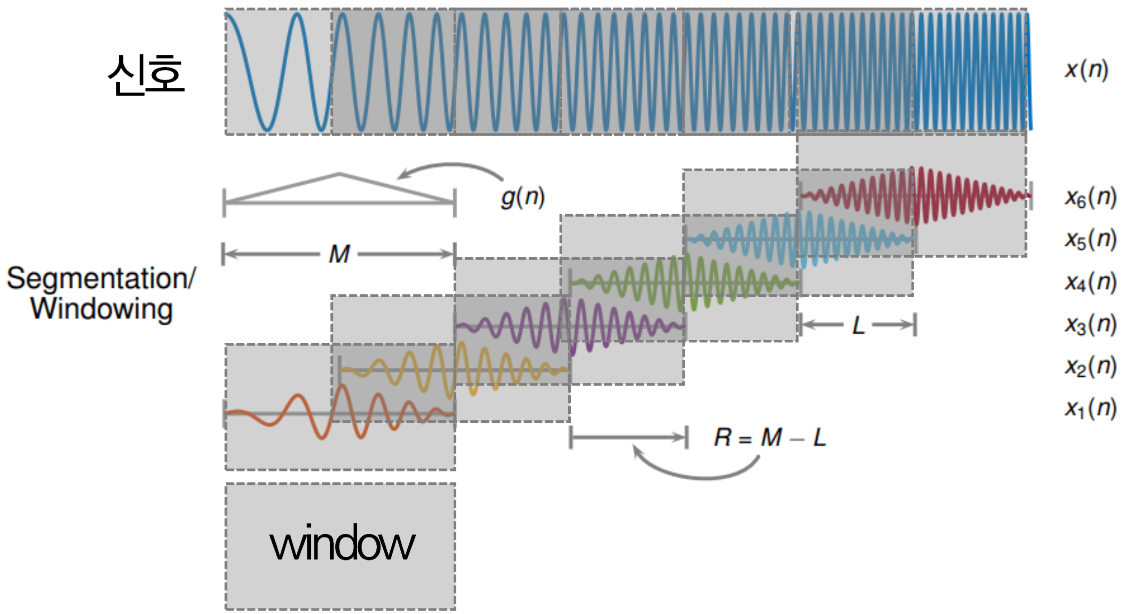
- 푸리에 변환을 적용하면 시간 정보가 사라짐
- 신호의 어떤 주파수 성분이 존재하는지는 알 수 있지만 주파수 성분이 어느 시점에 존재하는지는 알 수 없음
- 일정 시간 (window) 마다 이산 푸리에 변환 (Discrete Fourier Transform, DFT) 을 취해 시간 정보 획득



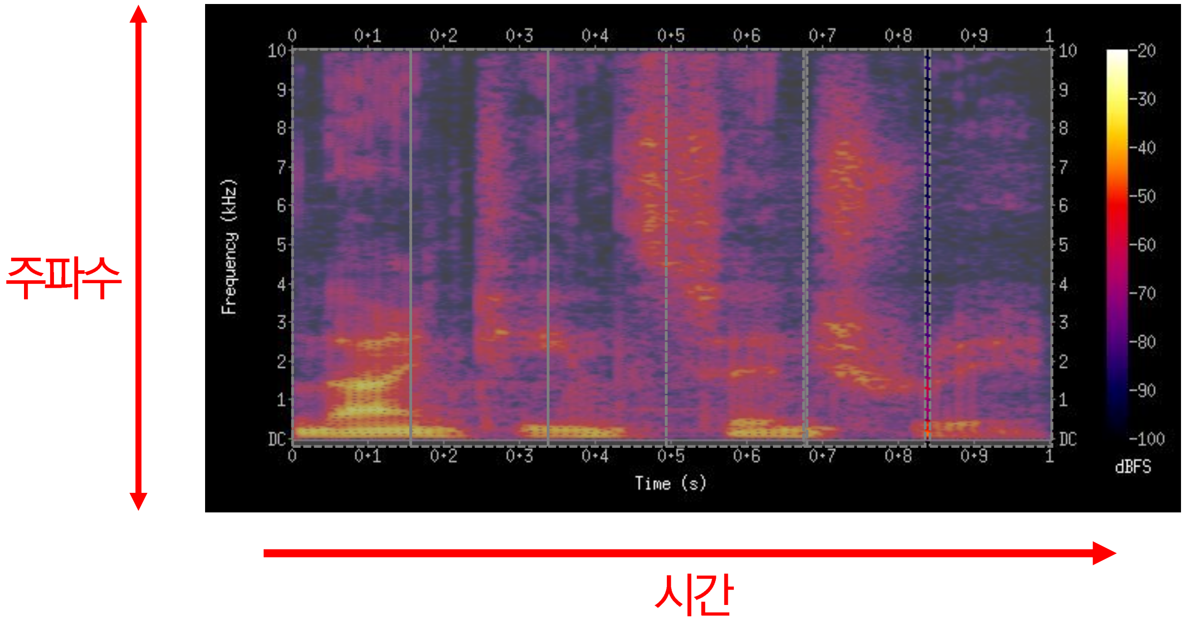
푸리에 변환 (Fourier Transform)

❖ 단시간 푸리에 변환 (Short Time Fourier Transform, STFT)

- 푸리에 변환을 적용하면 시간 정보가 사라짐
- 신호의 어떤 주파수 성분이 존재하는지는 알 수 있지만 주파수 성분이 어느 시점에 존재하는지는 알 수 없음
- 일정 시간 (window) 마다 이산 푸리에 변환 (Discrete Fourier Transform, DFT) 을 취해 시간 정보 획득



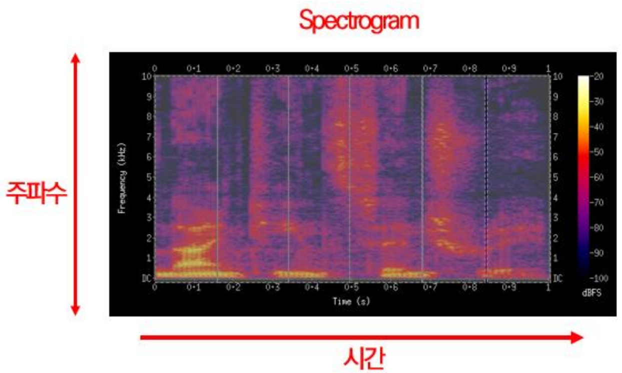
Spectrogram

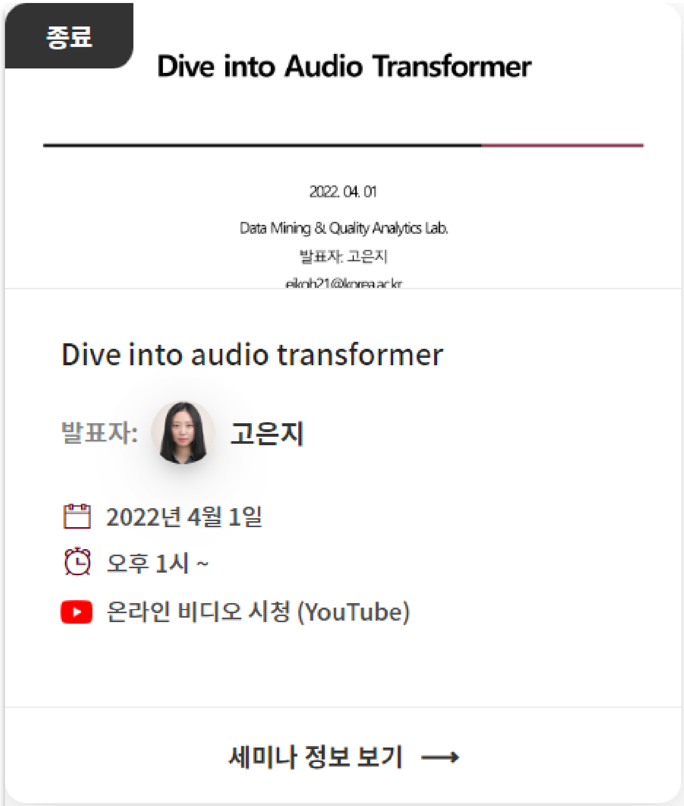


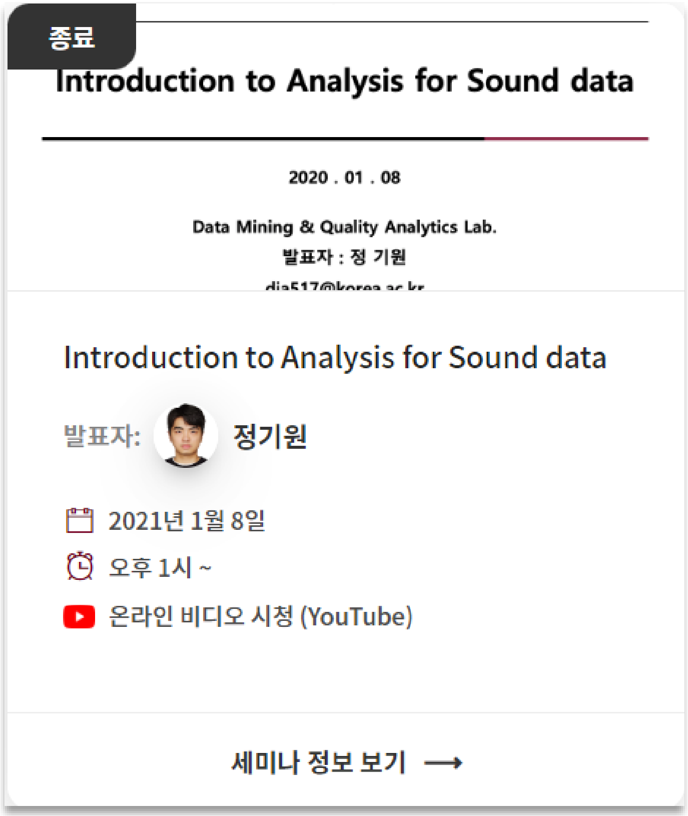
푸리에 변환 (Fourier Transform)

❖ 단시간 푸리에 변환 (Short Time Fourier Transform, STFT)

- 단시간 푸리에 변환으로 나온 스펙트로그램 (spectrogram) 은 실제 데이터 분석에 사용 가능







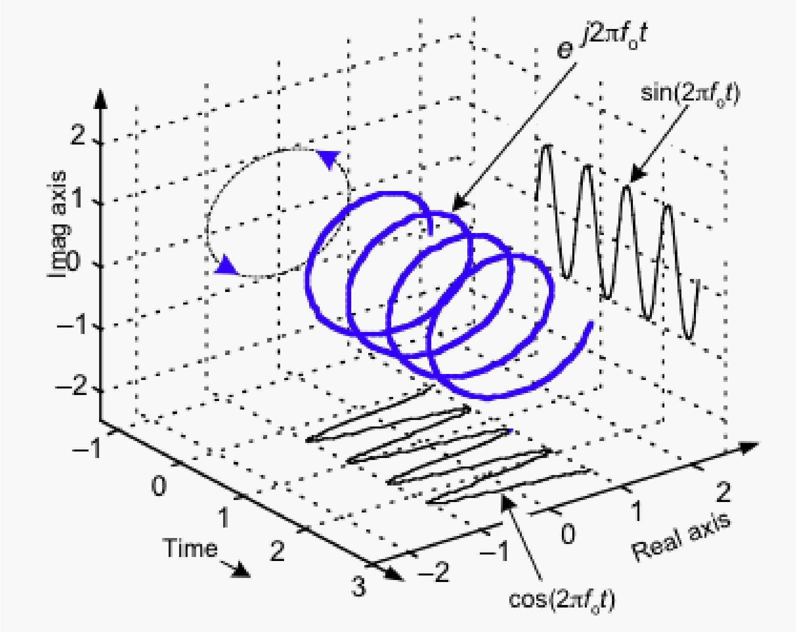
결론 (Conclusion)

❖ 결론

- 신호는 정현파 신호임
- 정현파 신호는 복소지수 형태로 표현할 수 있음
- 복소지수 형태의 정현파 신호는 사인파와 코사인파로 표현할 수 있음

- 푸리에 변환은 시간에 대한 함수를 주파수 성분으로 분해하는 변환임
- 주파수는 푸리에 행렬과 신호의 내적임
- 푸리에 행렬의 행은 기본 주파수의 정보를 담고 있음
- 주파수는 푸리에 행렬의 행과 신호가 닮은 정도임

- 고속 푸리에 변환은 계산의 편의성을 위한 방법임
- 단시간 푸리에 변환은 신호의 시간에 대한 정보를 살린 방법임



Thank you

본 세미나 내용에 대한 문의사항이 있으시면

아래의 이메일 주소로 연락주시길 바랍니다.

E-mail: charlie17@korea.ac.kr

Appendix

❖ Reference

[1] Bracewell, R. N., & Bracewell, R. N. (1986). The Fourier transform and its applications (Vol. 31999, pp. 267-272). New York: McGraw-hill.

[2] Roberts, M. J. (2002). Signals and systems: analysis using transform methods and MATLAB. McGraw-Hill Professional.

[3] 하석운. (2020). 파이썬으로 배우는 디지털 신호처리. 생능출판

[4] https://www.mathworks.com/help/signal/ref/stft.html

[5] https://sciphy.tistory.com/748

[6] http://judis.me/wordpress/

[7] https://angeloyeo.github.io/2022/01/04/sinusoids.html

[8] https://en.wikibooks.org/wiki/Digital_Signal_Processing/Discrete_Fourier_Transform

[9] https://news.samsungdisplay.com/24578